

1. $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -72

해설

$$\begin{aligned} & (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + (9 - 11)(9 + 11) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11) \\ &= -2 \times 36 \\ &= -72 \end{aligned}$$

2. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 조밀하여 수직선을 빈틈없이 메운다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 무리수가 없다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 유리수가 없다.
- ④ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.
- ⑤ 수직선은 무리수로 완전히 채울 수 있다.

해설

- ①, ② 서로 다른 유리수와 유리수 사이에는 무한히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 무리수와 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ⑤ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.

3. $\sqrt{15} \times \sqrt{20} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{15} \times \sqrt{20} &= \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 10$$

4. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{2} = 1.4 \times \times \dots$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \times \dots = -0.4 \times \times \dots$

④ $2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \times \dots$

⑤ $1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \times \dots$

$\therefore ② < ③ < ① < ⑤ < ④$

5. $(3x + b)^2 = ax^2 + 6x + 1$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$(3x + b)^2 = 9x^2 + 6bx + b^2 = ax^2 + 6x + 1$$

$$a = 9, b = 1$$

$$\therefore a + b = 9 + 1 = 10$$

6. $(x-4)(x-6) = x^2 + Ax + B$ 일 때, 상수 A, B 의 합 $A+B$ 의 값은?

① -24

② -10

③ 4

④ 10

⑤ 14

해설

$$(x-4)(x-6) = x^2 - (4+6)x + 4 \times 6 = x^2 + Ax + B,$$

따라서 $A = -10, B = 24$ 이고, $A+B = (-10) + 24 = 14$ 이다.

7. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2} + c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2}+4\sqrt{6} \\ \therefore b &= -7, c = 4 \\ \therefore a+b+c &= -6 \end{aligned}$$

8. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ 의 제곱근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.439

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{1.414}{2} + 1.732 \\ &= 0.707 + 1.732 = 2.439\end{aligned}$$

9. x 가 $x - 5 \leq -2(x - 2)$ 인 자연수일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$x - 5 \leq -2(x - 2) \quad \therefore x \leq 3$$

x 는 1, 2, 3이다.

$$x = 1 \text{ 일 때, } 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 \neq 0$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 0$$

따라서 구하는 해는 $x = 1$ 또는 $x = 3$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$

11. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$(x-4)^2 = 2x-5$$

$$x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-7)(x-3) = 0$$

에서 두 근은 $x=7$ 또는 $x=3$ 이고, $a > b$ 이므로 $a=7$, $b=3$ 이다.

$$\therefore (2a-b)^2 - (a+b)^2$$

$$= (2a-b+a+b)(2a-b-a-b) = 3a(a-2b)$$

$$= 3 \times 7 \times (7-6) = 21$$

12. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0$, $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

13. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x + 4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x + 2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x + 4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x + 2)(x + 6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

14. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} (\text{중근})$$

15. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

16. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

17. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

18. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

19. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

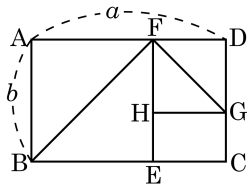
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$$\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$$

남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.

따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.