

1. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

2. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$,
 $C = \{x|x \text{는 한 자리 짝수인 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \subset B$
 ④ $A \not\subset B$ ⑤ $A = C$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$,
 $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $C \subset B$ 이다.

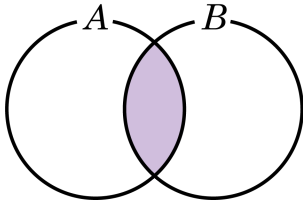
3. 다음 설명 중 틀린 것은 ?

- ① 임의의 집합 A 는 자신의 집합 A 의 부분집합이다.
- ② 공집합은 임의의 집합의 부분집합이다.
- ③ 공집합은 공집합의 부분집합이다.
- ④ 임의의 집합 A 에 대하여 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의할 때, $A \subset 2^A$ 이다.
- ⑤ 집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

- ③ $\emptyset$ 의 부분집합은 $\emptyset$
- ④ 예를 들어 $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$, $A = \{1, 2\}$ 일 때
 $2^A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, A\} \rightarrow \emptyset \in 2^A$
 $\emptyset \subset 2^A$, $\{\emptyset\} \subset 2^A$, $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

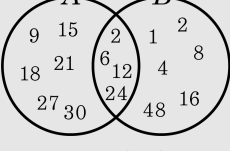
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은

$3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c\}$ 일 때, A^c , $A - B$ 는?
- ① $A^c = \{b\}$, $A - B = \{a\}$ ② $A^c = \{c\}$, $A - B = \{d\}$
③ $A^c = \{b, e\}$, $A - B = \{a, d\}$ ④ $A^c = \{b, c\}$, $A - B = \{a, e\}$
⑤ $A^c = \{c, d\}$, $A - B = \{a, e\}$

해설

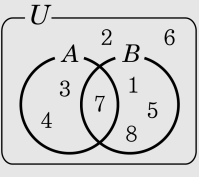
$U = \{a, b, c, d, e\}$ 이므로 $A^c = \{b, e\}$ 이고 $A - B = \{a, d\}$ 이다.
따라서 ③이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{1, 5, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{2, 6\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 는?

- ① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{7\}$ ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고 $A \cap B = \{7\}$ 이다.



7. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}, B = \{6, 8, 10\}, C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

8. 집합 $A = \{(x, y) | ax - by = 12\}$ 에 대하여 $(6, 2) \in A$, $(-3, -2) \in A$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 26 ⑤ 30

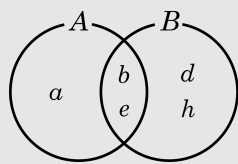
해설

$(6, 2) \in A$ 이므로 $x = 6, y = 2$
 $6a - 2b = 12, 3a - b = 6 \cdots \textcircled{1}$
 $(-3, -2) \in A$ 이므로 $x = -3, y = -2$
 $-3a + 2b = 12 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 $b = 18$
 $\textcircled{1}$ 에서 $3a - 18 = 6 \therefore a = 8$
 $\therefore a + b = 26$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

- ① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$ ③ $\{b, e, h\}$
④ $\{d, e, h\}$ ⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 각각 공집합이 아닐 때, 항상 서로 소인 두 집합끼리 짝지은 것은?

① A 와 $A \cap B$

② $A - B$ 와 $A \cup B$

③ $A \cap B$ 와 $A \cup B$

④ $A^c \cap B$ 와 B

⑤ $A \cup B^c$ 와 $B - A$

해설

$B^c \cup A$ 은 $(B - A)^c$ 을 나타내는 것과 같으므로, 서로소인 집합이 된다.

11. 두 집합 $A = \{a - 1, a + 2, 4\}$, $B = \{b - 3, b + 1, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 5, c\}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $c \neq 4, c \neq 5$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$A \cap B = \{4, 5, c\}$ 이므로 $\{4, 5, c\} \subset \{a - 1, a + 2, 4\}$, $\{4, 5, c\} \subset \{b - 3, b + 1, 5\}$

즉, $5 = a - 1$ 또는 $5 = a + 2$, $4 = b - 3$ 또는 $4 = b + 1$.

i) $a = 6, b = 7$ 일 때, $A = \{5, 8, 4\}$, $B = \{4, 8, 5\}$ 이므로

$A \cap B = \{4, 5, 8\}$

ii) $a = 6, b = 3$ 일 때, $A = \{5, 8, 4\}$, $B = \{0, 4, 5\}$ 이므로

$A \cap B = \{4, 5\}$

iii) $a = 3, b = 7$ 일 때, $A = \{2, 5, 4\}$, $B = \{4, 8, 5\}$ 이므로

$A \cap B = \{4, 5\}$

iv) $a = 3, b = 3$ 일 때, $A = \{2, 5, 4\}$, $B = \{0, 4, 5\}$ 이므로

$A \cap B = \{4, 5\}$

i)~iv)에서 문제의 조건을 만족하는 것은 i)의 경우이며 $a = 6, b = 7, c = 8$ 이다.

따라서 $a + b + c = 21$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$
 $A \cap B = \{1, 3, 5\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는
 $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 4, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 8개이다.

13. 두 집합 A, B 는 다음과 같고, 집합 X 의 원소가 집합 A 에는 속하지만 집합 B 에는 속하지 않을 때 집합 X 의 원소들의 합은?

보기

$$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}, B = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$$

- ① 0 ② 2 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 2, 5, 10\}, \\ \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\} &= A - B \text{ 이므로} \\ A - B &= \{3, 7\} \\ \therefore 3 + 7 &= 10 \end{aligned}$$

14. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b+2, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$ 이고,

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned}n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 9, \\n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41 \\n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\41 &= 24 + n(B) - 15 \\\therefore n(B) &= 32\end{aligned}$$

16. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{7, 9, 10\}$ 이고, $n(A \cup X) = 5, n((A - B) \cap X) = 3$ 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$n(A \cup X) = 5$ 에서 $n(A) = 5$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 3, 5\} \cap X) = 3$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다. 따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로

1, 3, 5를 반드시 포함하는 A 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4$ (개)이다.

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음을 간단히 하여라.
 $[(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)]$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

$$\begin{aligned} & [(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)] \\ &= [(A - B) \cap (B \cap A)^c] \cup [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= [(A - B) - (A \cap B)] \cup [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A - B) \cup A = A \end{aligned}$$

18. 자연수 전체의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 라 할 때, 다음 중 집합 $(N_2 \cup N_4) \cap N_3$ 와 같은 집합은?

① N_2 ② N_6 ③ N_8 ④ N_{12} ⑤ N_{24}

해설

N_2 는 2의 배수의 집합이고, N_4 는 4의 배수의 집합이므로 $N_4 \subset N_2$

$\therefore N_2 \cup N_4 = N_2$

또, N_3 은 3의 배수의 집합이므로 $N_2 \cap N_3$ 는 2의 배수이면서 3의 배수의 집합이다.

$\therefore N_2 \cap N_3 = N_6$

$\therefore (N_2 \cup N_4) \cap N_3 = N_2 \cap N_3 = N_6$

19. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A = B$	㉡ $A = C$	㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$	㉤ $C \subset A$	㉥ $C \subset B$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉥

해설

- ㉡ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

21. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

22. 전체집합 U 의 부분집합에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = A^c \cap B$ 인 관계가 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ① $A = B$
- ② $A \subset B$
- ③ $B \subset A$
- ④ $A \cup B = U$
- ⑤ $A \cap B = \emptyset$

해설

(좌변) : $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)
 $= (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ ($\because$ 차집합의 성질)
(우변) : $A^c \cap B = B - A$ ($\because$ 차집합의 성질) 이므로 (좌변)=(우변) 이 되기 위해서는 $A - B = \emptyset$ 이 되어야 한다.
 $\therefore A - B = \emptyset$ 가 되기 위해서는 $A \subset B$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 14, n(B) = 28, n(A \cup B) = 42$ 일 때, ' $A - B \square A$ ' 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 모두 몇개인지 구하여라.

보기

$\neq, \subset, \supset, \not\subset, =$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$42 = 14 + 28 - n(A \cap B) \text{ 에서 } n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \text{ 이다.}$$

$A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 보기에서 $\supset, \subset, =$ 로 3개이다.

24. 어느 학급의 학생 55명 중에서 음악을 좋아하는 학생이 36명, 영화를 좋아하는 학생이 27명이었다. 음악과 영화를 둘 다 좋아하는 학생의 수를 k 라 할 때, k 가 취할 수 있는 최댓값 M 과 최솟값 m 에 대하여 $M - m$ 의 값은?
- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

문장으로 표현된 문제는 먼저 수학적인 기호로 바꾸어 표현해야 하는데, 우리가 구해야 하는 것은 두 집합의 교집합 개수의 범위이다.

전체 학생의 집합을 U , 음악을 좋아하는 학생의 집합을 A , 영화를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면 $n(U) = 55$, $n(A) = 36$, $n(B) = 27$ 이고, 음악과 영화를 둘 다 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = k$ 이다.

$\therefore k = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \geq n(A) + n(B) - n(U) = 36 + 27 - 55 = 8$

한편, $k \leq n(B) = 27$ 이므로 $8 \leq k \leq 27$

$\therefore M - m = 27 - 8 = 19$

25. 실수 전체의 두 부분 집합 A, B 가 두 조건

- $\cdot 1 \in A$
 $\cdot x \in A$ 이면 $x+1 \in A$ 이고 $x-1 \in B$

를 만족할 때, 다음 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- $\textcircled{\tiny ㉠}$ A 는 모든 자연수를 원소로 갖는다.
 $\textcircled{\tiny ㉡}$ A 의 원소는 모두 B 의 원소이다.
 $\textcircled{\tiny ㉢}$ B 는 최대 원소를 갖는다.
 $\textcircled{\tiny ㉤}$ B 는 정수 전체 집합의 부분집합이다.

- $\textcircled{\tiny 1}$ $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉡}$
 $\textcircled{\tiny 2}$ $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉡}, \textcircled{\tiny ㉤}$
 $\textcircled{\tiny 3}$ $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉡}, \textcircled{\tiny ㉤}$
 $\textcircled{\tiny 4}$ $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉢}, \textcircled{\tiny ㉤}$
 $\textcircled{\tiny 5}$ $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉡}, \textcircled{\tiny ㉢}, \textcircled{\tiny ㉤}$

해설

$\textcircled{\tiny ㉠}$ $x \in A$ 이면 $x+1 \in A$ 이고 $1 \in A$ 이므로 $1+1=2 \in A, 2+1=3 \in A, \dots$
 $\therefore A \supset \{1, 2, 3, \dots\}$ (참)
 $\textcircled{\tiny ㉡}$ $x \in A \rightarrow x+1 \in A \rightarrow (x+1)-1 \in B$
 $\therefore x \in A \rightarrow x \in B$ (참)
 $\textcircled{\tiny ㉢}$ $B \supset \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 따라서 B 는 무한 집합이므로 최대 원소는 없다.
 $\textcircled{\tiny ㉤}$ $\frac{1}{2} \in A$ 이면 B 에는 정수가 아닌 원소가 들어 있게 되므로 거짓이다.(조건에서 $1 \in A$ 라고 해서 1이외의 수가 A 의 원소가 될 수 없다는 의미는 아니다.)