1. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

2. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{x | x$는 8의 약수$\}$,

$B = \{x | x$는 10보다 작은 자연수$\}$,

$C = \{x | x$는 한 자리 짝수인 자연수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \subset B$

④ $A \not\subset B$ ⑤ $A = C$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$,

$C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$C \subset B$ 이다.

3. 다음 설명 중 틀린 것은 ?

① 임의의 집합 A 는 자신의 집합 A 의 부분집합이다.

② 공집합은 임의의 집합의 부분집합이다.

③ 공집합은 공집합의 부분집합이다.

④ 임의의 집합 A 에 대하여 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의할 때, $A \subset 2^A$ 이다.

⑤ 집합 A, B 에 대하여 $A - B = \varnothing$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

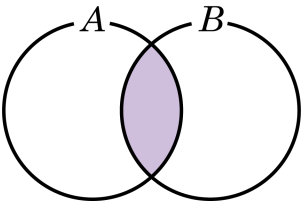
③ $\varnothing$ 의 부분집합은 $\varnothing$

④ 예를 들어 $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$, $A = \{1, 2\}$ 일 때

$2^A = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, A\} \rightarrow \varnothing \in 2^A$

$\varnothing \subset 2^A$, $\{\varnothing\} \subset 2^A$, $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 30 이하의 3의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 48의 약수$\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.

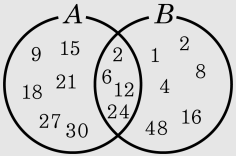


▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,
$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 원소의 합은
$3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 에 대하여 $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c\}$ 일 때, A^c, $A - B$ 는?

① $A^c = \{b\}$, $A - B = \{a\}$

② $A^c = \{c\}$, $A - B = \{d\}$

③ $A^c = \{b, e\}$, $A - B = \{a, d\}$

④ $A^c = \{b, c\}$, $A - B = \{a, e\}$

⑤ $A^c = \{c, d\}$, $A - B = \{a, e\}$

해설

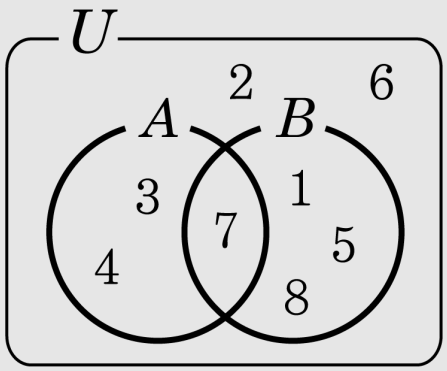
$U = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 이므로 $A^c = \{b, c\}$ 이고 $A - B = \{a, d\}$ 이다.
따라서 ③이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{1, 5, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{2, 6\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 는?

① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{7\}$ ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고 $A \cap B = \{7\}$ 이다.



7. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}, B = \{6, 8, 10\}, C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$ ⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

8. 집합 $A = \{(x,\ y) | ax - by = 12\}$ 에 대하여 $(6,\ 2) \in A$, $(-3,\ -2) \in A$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 26 ⑤ 30

해설

$(6,\ 2) \in A$ 이므로 $x = 6$, $y = 2$

$6a - 2b = 12,\ 3a - b = 6 \cdots$ ㉠

$(-3,\ -2) \in A$ 이므로 $x = -3,\ y = -2$

$-3a + 2b = 12 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $b = 18$

㉠에서 $3a - 18 = 6 \therefore\ a = 8$

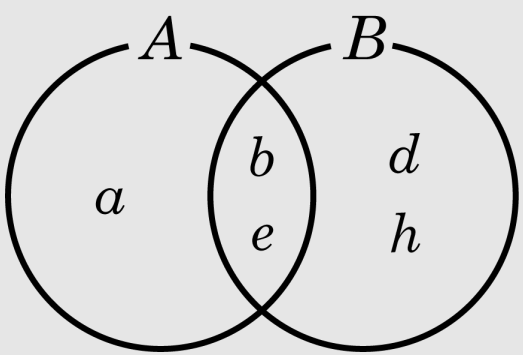
$\therefore\ a + b = 26$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$ ③ $\{b, e, h\}$

④ $\{d, e, h\}$ ⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

10. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 각각 공집합이 아닐 때, 항상 서로소인 두 집합끼리 짝지은 것은?

① A와 $A \cap B$

② $A - B$와 $A \cup B$

③ $A \cap B$와 $A \cup B$

④ $A^c \cap B$와 B

⑤ $A \cup B^c$와 $B - A$

해설

$B^c \cup A$은 $(B - A)^c$을 나타내는 것과 같으므로, 서로소인 집합이 된다.

11. 두 집합 $A = \{a-1, a+2, 4\}, B = \{b-3, b+1, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 5, c\}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, $c \neq 4, c \neq 5$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$A \cap B = \{4, 5, c\}$ 이므로 $\{4, 5, c\} \subset \{a-1, a+2, 4\}, \{4, 5, c\} \subset \{b-3, b+1, 5\}$

즉, $5 = a-1$ 또는 $5 = a+2$, $4 = b-3$ 또는 $4 = b+1$.

i) $a = 6, b = 7$ 일 때, $A = \{5, 8, 4\}, B = \{4, 8, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 5, 8\}$

ii) $a = 6, b = 3$ 일 때, $A = \{5, 8, 4\}, B = \{0, 4, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 5\}$

iii) $a = 3, b = 7$ 일 때, $A = \{2, 5, 4\}, B = \{4, 8, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 5\}$

iv) $a = 3, b = 3$ 일 때, $A = \{2, 5, 4\}, B = \{0, 4, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 5\}$

i)~ iv) 에서 문제의 조건을 만족하는 것은 i) 의 경우이며 $a = 6, b = 7, c = 8$ 이다.

따라서 $a+b+c = 21$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$에 대하여
$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$

$A \cap B = \{1,\ 3,\ 5\}$

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$

$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는

$\{1, 3, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 4, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$의 8개이다.

13. 두 집합 A, B 는 다음과 같고, 집합 X 의 원소가 집합 A 에는 속하지만 집합 B 에는 속하지 않을 때 집합 X 의 원소들의 합은?

보기

$A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$

① 0 ② 2 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B = \{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$,

$\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\} = A - B$ 이므로

$A - B = \{3,\ 7\}$

$\therefore 3 + 7 = 10$

14. 두 집합 $A = \{2,\ 5,\ 9,\ a\}$, $B = \{3,\ 7,\ b+2,\ b-2\}$에 대하여 $A - B = \{2,\ 8\}$일 때, $a - b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A에서 $a = 8$이고,

$A \cap B = \{5,\ 9\}$이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$이므로

$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$일 때, $b = 7$이므로

$B = \{3,\ 5,\ 7,\ 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5,\ 9\}$ (○)

$\therefore\ a - b = 8 - 7 = 1$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$,

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,

$41 = 24 + n(B) - 15$

$\therefore\ n(B) = 32$

16. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{7, 9, 10\}$ 이고, $n(A \cup X) = 5, n((A - B) \cap X) = 3$ 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$n(A \cup X) = 5$ 에서 $n(A) = 5$ 이므로 $A \cup X = A$,즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 3, 5\} \cap X) = 3$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다. 따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로

$1, 3, 5$ 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합의 개수와 같으므로

$2 \times 2 = 4$(개) 이다.

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음을 간단히 하여라.

$[(A-B)\cap(B^c\cup A^c)]\cup[(A\cup B)\cap(B^c\cup A)]$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

$[(A-B)\cap(B^c\cup A^c)]\cup[(A\cup B)\cap(B^c\cup A)]$

$=[(A-B)\cap(B\cap A)^c]\cup[(A\cup B)\cap(A\cup B^c)]$

$=[(A-B)-(A\cap B)]\cup[A\cup(B\cap B^c)]$

$=(A-B)\cup A=A$

18. 자연수 전체의 집합 N에서 자연수 k의 배수의 집합을 N_k라 할 때, 다음 중 집합 $(N_2 \cup N_4) \cap N_3$와 같은 집합은?

① N_2 ② N_6 ③ N_8 ④ N_{12} ⑤ N_{24}

해설

N_2는 2의 배수의 집합이고, N_4는 4의 배수의 집합이므로 $N_4 \subset N_2$

$\therefore\ N_2 \cup N_4 = N_2$

또, N_3은 3의 배수의 집합이므로 $N_2 \cap N_3$는 2의 배수이면서 3의 배수의 집합이다.

$\therefore\ N_2 \cap N_3 = N_6$

$\therefore\ (N_2 \cup N_4) \cap N_3 = N_2 \cap N_3 = N_6$

19. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A = B$	㉡ $A = C$	㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$	㉤ $C \subset A$	㉥ $C \subset B$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡ $A = C$ 면 $A \subset C$, $C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

20. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개) 이다.

21. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \varnothing$

④ $B \cap \varnothing = \varnothing$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

22. 전체집합 U 의 부분집합에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = A^c \cap B$ 인 관계가 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $A = B$ ② $A \subset B$ ③ $B \subset A$

④ $A \cup B = U$ ⑤ $A \cap B = \varnothing$

해설

(좌변) : $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ ($\because$ 드 모르간의 법칙) $= (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ ($\because$ 차집합의 성질)

(우변) : $A^c \cap B = B - A$ ($\because$ 차집합의 성질) 이므로 (좌변)=(우변) 이 되기 위해서는 $A - B = \varnothing$ 이 되어야 한다.

$\therefore A - B = \varnothing$ 가 되기 위해서는 $A \subset B$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A)=14$, $n(B)=28$, $n(A\cup B)=42$ 일 때, '$A-B$ □ A' 에서 □ 안에 들어갈 수 있는 기호는 모두 몇개인지 구하여라.

보기

$\supset$, $\subset$, $\supset$, $\not\subset$, $=$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$42=14+28-n(A\cap B)$ 에서 $n(A\cap B)=0$ 이므로 $A\cap B=\varnothing$ 이다.

$A-B$ □ A 에서 □ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset$, $\supset$, $=$ 이다.

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 기호는 보기에서 $\supset, \subset$, $=$ 로 3 개이다.

24. 어느 학급의 학생 55명 중에서 음악을 좋아하는 학생이 36명, 영화를 좋아하는 학생이 27명이었다. 음악과 영화를 둘 다 좋아하는 학생의 수를 k라 할 때, k가 취할 수 있는 최댓값 M 과 최솟값 m에 대하여 $M-m$의 값은?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

문장으로 표현된 문제는 먼저 수학적인 기호로 바꾸어 표현해야 하는데, 우리가 구해야 하는 것은 두 집합의 교집합 개수의 범위이다.

전체 학생의 집합을 U, 음악을 좋아하는 학생의 집합을 A, 영화를 좋아하는 학생의 집합을 B라 하면 $n(U)=55$, $n(A)=36$, $n(B)=27$이고, 음악과 영화를 둘 다 좋아하는 학생의 집합은 $A\cap B$이므로 $n(A\cap B)=k$ 이다.

$\therefore\ k=n(A)+n(B)-n(A\cup B)\geq n(A)+n(B)-n(U)=36+27-55=8$

한편, $k\leq n(B)=27$이므로 $8\leq k\leq 27$

$\therefore\ M-m=27-8=19$

25. 실수 전체의 두 부분 집합 A, B 가 두 조건

· $1 \in A$
· $x \in A$ 이면 $x+1 \in A$ 이고 $x-1 \in B$

를 만족할 때, 다음 <보기> 에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ A 는 모든 자연수를 원소로 갖는다.

㉡ A 의 원소는 모두 B 의 원소이다.

㉢ B 는 최대 원소를 갖는다.

㉣ B 는 정수 전체 집합의 부분집합이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x \in A$ 이면 $x+1 \in A$ 이고 $1 \in A$ 이므로 $1+1=2 \in A$, $2+1=3 \in A$, $\cdots$
$\therefore A \supset \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$ (참)
㉡ $x \in A \rightarrow x+1 \in A \rightarrow (x+1)-1 \in B$
$\therefore\ x \in A \rightarrow x \in B$ (참)
㉢ $B \supset \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$ 따라서 B는 무한 집합이므로 최대 원소는 없다.
㉣ $\frac{1}{2} \in A$ 이면 B에는 정수가 아닌 원소가 들어 있게 되므로 거짓이다.(조건에서 $1 \in A$라고 해서 1이외의 수가 A의 원소가 될 수 없다는 의미는 아니다.)