

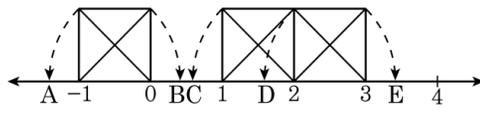
1. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 양수의 제곱근은 2 개이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 제곱근 4는 ± 2 이다.
- ④ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ⑤ 2의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.

해설

- ① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 즉 2개다.
- ② 0의 제곱근, 즉 제곱해서 0이 되는 수는 0 한 개뿐이다.
- ③ (제곱근 4) = $\sqrt{4} = 2$
- ④ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$

2. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E의 좌표를 옳게 구한 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$ ③ $C(1 - \sqrt{2})$
 ④ $D(3 - \sqrt{2})$ ⑤ $E(2 - \sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1 + \sqrt{2})$, $C(2 - \sqrt{2})$, $D(3 - \sqrt{2})$, $E(2 + \sqrt{2})$
 이므로 ④이다.

3. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$
④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

해설

$$\begin{aligned} &1 < a < 2 \text{ 이고} \\ &-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4} \\ &4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4} \\ &\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2 \\ &\therefore 1 < c < 2 \\ &a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ &\therefore a > c \\ &\therefore c < a < b \end{aligned}$$

4. $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18} \\ &= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2} \end{aligned}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.
 $\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$

5. $(2x - 8)(3x + 7)$ 을 전개하면 $6x^2 - (3a + 1)x - 4b$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

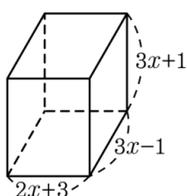
해설

$$\begin{aligned}(2x - 8)(3x + 7) &= 6x^2 - 10x - 56 \\ &= 6x^2 - (3a + 1)x - 4b \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $3a + 1 = 10$, $3a = 9$, $a = 3$,

$-56 = -4b$, $b = 14$ 이고 $a + b = 17$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $2x+3$, $3x-1$, $3x+1$ 인 직육면체의 겉넓이는?



- ① $18x^2 + 36x + 3$ ② $36x^2 + 18x + 3$
 ③ $42x^2 + 18x - 2$ ④ $42x^2 + 24x - 2$
 ⑤ $42x^2 + 36x - 2$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(직육면체의 겉넓이)} \\
 &= (\text{옆면의 넓이}) + (\text{밑면의 넓이}) \times 2 \\
 &= 2(2x+3+3x-1)(3x+1) + 2(2x+3)(3x-1) \\
 &= 2(5x+2)(3x+1) + 2(6x^2+7x-3) \\
 &= 30x^2+22x+4+12x^2+14x-6 \\
 &= 42x^2+36x-2
 \end{aligned}$$

7. $(3x - 2y - z)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

- ① -12 ② -6 ③ 1 ④ 4 ⑤ 9

해설

$(3x - 2y - z)^2$
에서 $3x - 2y = A$ 로 치환하면
 $(A - z)^2$
 $= A^2 - 2zA + z^2$
 $= (3x - 2y)^2 - 2z(3x - 2y) + z^2$
위 식에서 xy 의 항이 나오는 경우는
 $2 \times 3x \times -2y = -12xy$ 이므로
 xy 의 계수는 -12 이다.

8. $\sqrt{78+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$78 + a = 9^2 = 81$$

$$\therefore a = 3, b = 9$$

$$\therefore a + b = 12$$

9. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

- ① 3 ② 5 ③ 12 ④ 19 ⑤ 27

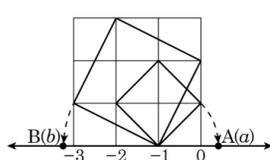
해설

28 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

② $\sqrt{28-5} = \sqrt{23}$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

10. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)

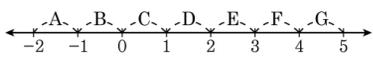


- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

$$a \text{ 와 } b \text{ 의 중점의 좌표는 } \frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

11. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



- ① $2 + \sqrt{3} : G$ ② $5 - \sqrt{2} : F$ ③ $2\sqrt{3} + 1 : E$
 ④ $\sqrt{6} - 3 : A$ ⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2} : B$

해설

- ① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$: 점 F
 ② $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$ 에서 $3 < 5 - \sqrt{2} < 4$: 점 F
 ③ $\sqrt{9} < 2\sqrt{3} < \sqrt{16}$ 에서 $4 < 2\sqrt{3} + 1 < 5$: 점 G
 ④ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$: 점 B
 ⑤ $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$ 에서 $\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{3} + 4}{2} < 3$: 점 E

12. 다음 제곱근표에서 $\sqrt{3.33}$ 의 값은 a 이고, $\sqrt{b} = 1.817$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3
3.0	1,732	1,735	1,738	1,741
3.1	1,761	1,764	1,766	1,769
3.2	1,789	1,792	1,794	1,797
3.3	1,817	1,819	1,822	1,825
3.4	1,844	1,847	1,849	1,852

▶ 답:

▷ 정답: 5.125

해설

$$\sqrt{3.33} = 1.825$$

$$\sqrt{3.30} = 1.817$$

$$\therefore a = 1.825, b = 3.30$$

$$\therefore a + b = 1.825 + 3.30 = 5.125$$

13. $\sqrt{11}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 + 6a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$a = \sqrt{11} - 3$$

$a + 3 = \sqrt{11}$ 의 양변을 제곱하면

$$a^2 + 6a + 9 = 11$$

$$\therefore a^2 + 6a = 2$$

14. $(-3x + 4y)(3x + 4y) - \left(\frac{1}{4}x + 5y\right)\left(\frac{1}{4}x - 5y\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{111}{16}x^2 + 25y^2$

② $-\frac{111}{16}x^2 + 16y^2$

③ $-\frac{145}{16}x^2 + 41y^2$

④ $-\frac{137}{4}x^2 + 41y^2$

⑤ $-\frac{137}{8}x^2 + 31y^2$

해설

$$\begin{aligned} & -(3x)^2 + (4y)^2 - \left\{ \left(\frac{1}{4}x\right)^2 - (5y)^2 \right\} \\ & = -9x^2 + 16y^2 - \frac{1}{16}x^2 + 25y^2 \\ & = -\frac{145}{16}x^2 + 41y^2 \end{aligned}$$

15. 한 변의 길이가 $(x+2)m$ 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 $3m$ 만큼 줄이고, 세로는 $5m$ 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

- ① $(x^2 - 4x + 3)m^2$ ② $(x^2 - 4x - 3)m^2$
③ $(x^2 - 2x + 3)m^2$ ④ $(x^2 - 9)m^2$
⑤ $(x^2 - 8x + 15)m^2$

해설

가로의 길이는 $(x-1)m$, 세로의 길이는 $(x-3)m$ 이다.
 $(x-1)(x-3) = (x^2 - 4x + 3)m^2$

16. $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$ 에서 x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned} & (x-2)(x-1)(x+1)(x+2) \\ &= \{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\} \\ &= (x^2-1)(x^2-4) = x^4 - 5x^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 -5이다.

17. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

18. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

19. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| ㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$ | ㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ |
| ㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$ | ㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$ |
| ㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$ | |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로
㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$
㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

20. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ \sqrt{a}
④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

21. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$9 \leq x < 16$$

$$\therefore x = 9, 10, \dots, 15 \text{ (7 개)}$$

22. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, \sqrt{x} 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

23. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a < c$ ② $a \times c < b$ ③ $b < a^2 + c^2$
 ④ $a < \frac{b}{c}$ ⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times a \sqrt{6} &= 18 \\ \rightarrow 18 \div \sqrt{6} &= \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \\ \sqrt{5} \times \sqrt{b} &= 15 \\ \rightarrow 15 \div \sqrt{5} &= \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45} \\ \sqrt{1.28} &= \sqrt{2} \div \frac{10}{c} \\ \rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 &= \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

- ① $3 < 8 \rightarrow a < c$
 ② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$
 ③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$
 ④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$
 ⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

24. 임의의 실수 a, b 에 대하여 \star 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

25. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

26. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a + b &= 15 \end{aligned}$$

27. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

⋮

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \\ = 3 \times 55 = 165$$

28. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0, ab = 1$ 을 만족할 때,

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{a}$

해설

$$b = \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \text{ 이므로 } a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a} \end{aligned}$$

31. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 나머지가 $x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -7$

▷ 정답: $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 몫을 $x+p$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 13$$

$$= (x-6)(x+1)(x+p) + x+1$$

$$= x^3 + (p-5)x^2 + (-5p-5)x - 6p + 1$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$

32. $x^2 = (y-1)^2$, $y^2 = -1$ 일 때, $(x-y-1)^4(x+y+1)^4$ 를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\begin{aligned}(x-y-1)^4(x+y+1)^4 &= \{x-(y+1)\}^4 \{x+(y+1)\}^4 \\ \text{주어진 식에서 } y+1 &= A \text{ 로 치환하면} \\ (x-A)^4(x+A)^4 &= \{(x-A)(x+A)\}^4 \\ &= (x^2-A^2)^4 \\ &= \{(y-1)^2 - (y+1)^2\}^4 \\ &= (-4y)^4 \\ &= 256y^4\end{aligned}$$

$$y^2 = -1 \text{ 이므로 } y^4 = 1$$

$$\therefore (x-y-1)^4(x+y+1)^4 = 256$$

33. $x^2 - 2x + 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \text{ 에서 } x^2 = 2x - 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$\textcircled{A} \text{ 에 } x \text{ 를 곱하면 } x^3 = 2x^2 - x = 2(2x - 1) - x = 3x - 2,$$

$$\text{즉, } x^3 = 3x - 2 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{B} \text{ 에 } x \text{ 를 곱하면 } x^4 = 3x^2 - 2x = 3(2x - 1) - 2x = 4x - 3,$$

$$\therefore x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1 = (4x - 3) - 3(3x - 2) + 2(2x - 1) + x - 1 = 0$$