

1. 평면 위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(a + 3, b + 2) = (2, 5)$ 이므로, $a = -1, b = 3$ 이다.
따라서 $a + b = 2$

2. 점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여 점 $(3, -1)$ 로 옮겨질 때, 점 $(1, -3)$ 은 같은 평행이동에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(4, -5)$

② $(5, 6)$

③ $(6, -7)$

④ $(5, -7)$

⑤ $(6, 8)$

해설

점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여
점 $(3, -1)$ 로 옮겨졌으므로 이 평행이동은
 x 축으로 5 만큼, y 축으로 -4 만큼 이동하는 것이다.
따라서 점 $(1, -3)$ 은 $(6, -7)$ 로 옮겨진다.

3. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1)이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

4. 다음 중 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시킨 직선 위에 있는 점은?

① (1, 2)

② (2, 1)

③ (3, 0)

④ (4, -1)

⑤ (5, -2)

해설

$x + 2y - 1 = 0$ 에 x 대신 $x - 3$,

y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$(x - 3) + 2(y + 1) - 1 = 0$$

$$\therefore x + 2y - 2 = 0$$

따라서 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위에

있는 점은 (4, -1) 이다.

5. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x + 3 \\ \Rightarrow y + 2 &= 2(x - 1) + 3 \\ \Rightarrow y &= 2x - 1 \\ \therefore a + b &= 1 \end{aligned}$$

6. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

7. 점 $(2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2, 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2, 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
 $\therefore m + n = -4 - 6 = -10$

8. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

9. 점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 후 다시 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 이동시켰다. 그 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(-1, 2)$ 로 되돌아왔다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대하여 대칭이동

$\rightarrow (1, -2)$

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 이동

$\rightarrow (1+a, -2+b)$

x 축에 대하여 대칭이동

$\rightarrow (1+a, 2-b) = (-1, 2)$

$\therefore a+b = -2+0 = -2$

10. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

11. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ 을 점 (2, 1) 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은?

① $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

② $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

③ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

④ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

⑤ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

해설

원 $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ 은 중심이 (3, 0) 이고

반지름의 길이가 1인 원이다.

원의 중심 (3, 0) 을 점 (2, 1) 에 대하여

대칭이동한 점을 (a, b) 라 하면

$$\frac{3+a}{2} = 2, \frac{0+b}{2} = 1$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

원을 대칭이동하여도 반지름의 길이는

그대로이므로 구하는 원은 중심이 (1, 2) 이고

반지름의 길이가 1인 원이다.

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

12. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

13. 원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ 과 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭인 원의 방정식은?

- ① $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ ② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$
③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$
⑤ $x^2 + y^2 = 1$

해설

$y = -x$ 에 대해 대칭이므로
원의 방정식에 x 대신 $-y$ 를, y 대신 $-x$ 를 대입 한다.
 $\Rightarrow (-y-1)^2 + (-x+2)^2 = 1$
 $\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$

14. 점 $A(a, b)$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B 라고 하면 두 점 A, B 를 지나는 직선은 x 축에 평행하다. 이때, 선분 AB 의 길이는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

점 $A(a, b)$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을
 A' 라고 하면 $A'(a+3, b+2)$
다시 점 A' 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
점 B 는 $B(b+2, a+3)$
이때, 직선 AB 가 x 축에 평행하므로
두 점 A, B 의 y 좌표가 서로 같다.
즉, $b = a + 3 \quad \therefore B(a+5, a+3)$
따라서, 선분 AB 의 길이는
두 점 A, B 의 y 좌표의 차와 같으므로
 $\overline{AB} = (a+5) - a = 5$

15. 포물선 $y = x^2 - 2x$ 를 $f : (x, y) \rightarrow (x-a, y-1)$ 에 의하여 평행이동한 곡선과 직선 $y = 2x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = x^2 - 2x$ 를 주어진 조건에 의하여
평행이동하면 $(y+1) = (x+a)^2 - 2(x+a)$
 $y = x^2 + (2a-2)x + a^2 - 2a - 1$
이 곡선이 직선 $y = 2x$ 와 접하므로
 y 에 $2x$ 를 대입하여 정리하면
 $x^2 + (2a-4)x + a^2 - 2a - 1 = 0$ 이고
이 방정식의 두 근이 두 교점이 된다.
두 교점의 x 좌표를 x_1, x_2 라 하면
 $x_1 + x_2 = -(2a-4)$
 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-(2a-4)}{2} = 0$ 이므로 a 의 값은 2

16. 직선 $y = x + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(3, -2)$ 를 지나는가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$y = x + 1$ 을 x 축에 대칭 시키면
 $y = -x - 1$
 y 축으로 α 평행이동 : $y - \alpha = -x - 1$
 $(3, -2)$ 를 지나므로
 $-2 - \alpha = -3 - 1$ 에서 $\alpha = 2$

17. 점 A ($a, 2$) 를 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 P, Q, R 라고 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이는 20 이다. 이 때, 양수 a 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

다음 그림에서 점 A ($a, 2$) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 P ($a, -2$)
점 A ($a, 2$) 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 Q ($-a, 2$)
점 A ($a, 2$) 를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 R ($-a, -2$)
따라서, 삼각형 PQR 는 $\angle R = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{PR} = 2a, \overline{QR} = 4$ 이고
삼각형 PQR 의 넓이는 20이므로
$$\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4 = 20$$
$$\therefore a = 5$$

18. 점 $(1, -2)$ 를 지나는 직선을 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 후 x 축에 대하여 대칭이동 하였더니 점 $(4, -4)$ 를 지난다고 한다. 처음 직선의 방정식을 구하면?

- ㉠ $y = -4x + 2$ ㉡ $y = 4x + 2$ ㉢ $y = -4x + 4$
㉣ $y = 4x + 4$ ㉤ $y = -4x + 6$

해설

$(1, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식을
 $y + 2 = m(x - 1) \cdots \textcircled{1}$ 이라 하면
 $\textcircled{1}$ 식을 점 $(2, 3)$ 에 대칭이동하면 (중점공식이용)
 $x \rightarrow 4 - x \quad y \rightarrow 6 - y$ 이므로
 $6 - y + 2 = m(4 - x - 1), y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{2}$
직선 $\textcircled{2}$ 를 x 축에 대칭이동하면
 $-y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{3}$
직선 $\textcircled{3}$ 이 점 $(4, -4)$ 를 지나므로
 $4 = m(4 - 3) + 8 \therefore m = -4$
따라서 처음 직선의 방정식 $\textcircled{1}$ 은
 $y + 2 = -4(x - 1), y = -4x + 2$

19. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 $\overline{AB}$ 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$
$$\therefore a = 1$$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
$$\therefore ab = -3$$

20. 직선 $2x - y - 1 = 0$ 에 대하여 점 (3, 0) 과 대칭인 점의 좌표를 구하면?

① (1, 2)

② (-1, 2)

③ (1, -2)

④ (2, -1)

⑤ (-2, 1)

해설

구하는 좌표를 (a, b) 로 놓는다.

점 (a, b) 는 점(3, 0) 과 직선 $2x - y - 1 = 0$ 에 대하여 대칭이고, 이 때 점 (3,0)과 점 (a, b) 를 연결하는 선분에서 $2x - y - 1 = 0$ 와 수직으로 만나므로

중점 M 의 좌표는 $M\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b}{2}\right)$

$$2 \times \frac{a+3}{2} - \frac{b}{2} - 1 = 0$$

$$2a + 6 - b - 2 = 0$$

$$2a - b + 4 = 0 \quad \dots\dots (가)$$

기울기는 $\frac{b}{a-3} \times 2 = -1$ 이므로

$$a = -2b + 3$$

이것을 (가) 에 대입하면

$$2(-2b + 3) - b + 4 = 0 \quad \therefore a = -1, b = 2$$

21. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 직선 $y = -x + 2$ 에 관하여 대칭이동한 식에서 중심의 좌표는?

① (1, 1) ② (1, 2) ③ (2, 1) ④ (2, 2) ⑤ (2, 3)

해설

원 중심 $O(0, 0)$ 을 $y = -x + 2$ 에 대해 대칭이동 하면 된다. 대칭 이동점을 $O'(a, b)$ 라 하면, $\overline{OO'}$ 은 $y = -x + 2$ 에 수직하고, $\overline{OO'}$ 의 중점은 $y = -x + 2$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = 1 \quad \cdots \textcircled{1},$$

$$\frac{b}{2} = -\frac{a}{2} + 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면, $a = 2, b = 2$

$\therefore$ 중심좌표 : (2, 2)

22. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 점 $(3, 0)$ 의 대칭인 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 $b - a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하려는 점을 (a, b) 라 하면, $(3, 0)$ 과 (a, b) 의 중점은 $y = 2x - 1$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $y = 2x - 1$ 은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+0}{2}\right)$ 을

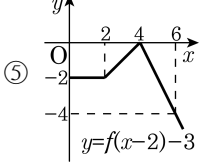
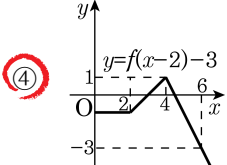
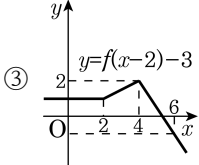
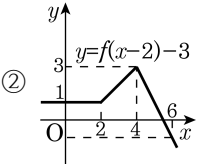
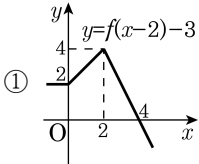
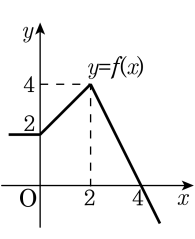
$y = 2x - 1$ 에 대입하면 $2a - b = -4 \cdots \textcircled{1}$

$y = 2x - 1$ 의 기울기가 2이므로 두 점을 지나는 기울기는

$\frac{b-0}{a-3} = -\frac{1}{2}, a + 2b = 3 \cdots \textcircled{2}$

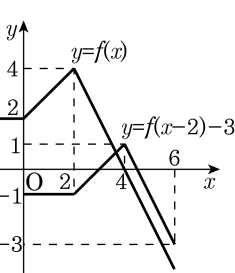
따라서 ①, ②를 연립하면 $a = -1, b = 2$

23. 방정식 $y = f(x)$ 가 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $y = f(x-2)-3$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?

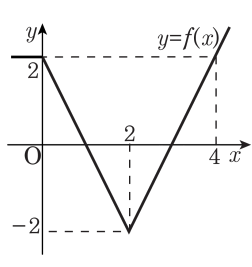


해설

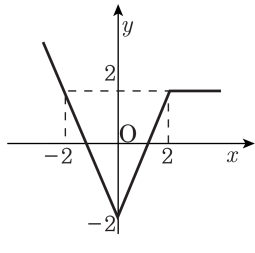
$y = f(x-2) - 3 \Leftrightarrow y + 3 = f(x-2)$
 이므로 구하는 그래프는
 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.
 따라서, 구하는 그래프는 다음 그림과 같다.



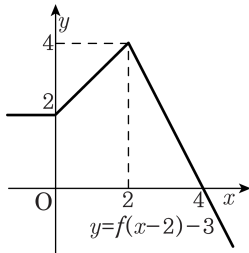
24. 방정식 $y = f(x)$ 가 나타내는 도형이 그림과 같을 때, $y = f(2 - x)$ 가 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?



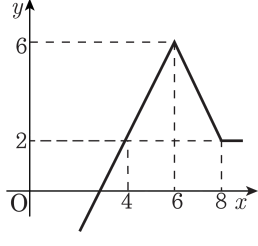
①



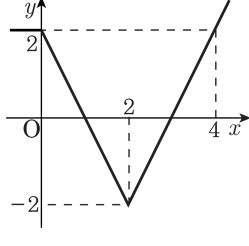
②



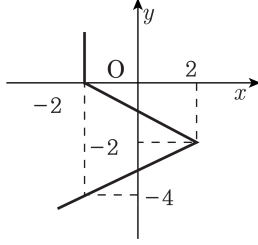
③



④



⑤



해설

$y = f(2 - x) \Leftrightarrow y = f(2 \cdot 1 - x)$
 따라서 $y = f(x)$ 의 그래프를 직선 $x = 1$ 에
 대하여 대칭이동한 것이다.
 그러므로 구하는 도형을 좌표평면 위에 나타내면
 ① 과 같다.

25. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{5}$ ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 3$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
 $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 에서 $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 16$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 4인 ⑤이다.