

1. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$  ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?
- ①  $A = x^3 + x^2 + x + 2, B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$
- ②  $A = x^3 - x^2 + x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$
- ③  $A = x^3 - x^2 + x - 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$
- ④  $A = x^3 - x^2 - x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$
- ⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6, B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢  $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$ : 결합법칙

3. 다항식  $f(x)$ 를 다항식  $g(x)$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 할 때,  $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

①  $-2r(x)$

②  $-r(x)$

③  $0$

④  $r(x)$

⑤  $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서  $g(x)$ 의 차수는  $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는  $-r(x)$ 이다.

4.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

5. 다항식  $4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2}$ 가  $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수  $r$ 의 값은?

- ① 1.2      ② 1.5      ③ 1.8      ④ 2.1      ⑤ 2.4

해설

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2} \cdots \textcircled{1}$$
$$\begin{aligned} f(x) &= (x-r)^2(4x-\alpha) \\ &= (x^2 - 2rx + r^2)(4x - \alpha) \\ &= 4x^3 - (\alpha + 8r)x^2 + (4r^2 + 2r\alpha)x - r^2\alpha \end{aligned}$$
①과 계수비교를 하면
$$\alpha + 8r = 2 \cdots \textcircled{2}, \quad 4r^2 + 2r\alpha = -21 \cdots \textcircled{3}$$
②에서  $\alpha = 2 - 8r$ ,  
③에 대입하면
$$4r^2 + 2r(2 - 8r) = -21$$
$$12r^2 - 4r - 21 = 0, \quad (2r - 3)(6r + 7) = 0$$
$$\therefore r = \frac{3}{2} \quad (\because r > 0)$$

6.  $x$ 에 대한 다항식  $(ax - 1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수  $a$ 의 값은?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$x = 1$ 을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.

즉,  $(a - 1)^3 = 125, a - 1 = 5$

$\therefore a = 6$

7. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠  $x^2(a-b)-y^2(b-a)=(a-b)(x+y)(x-y)$
- ㉡  $9x^2+3xy-2y^2=(3x-2y)(3x+y)$
- ㉢  $x^3-125=(x-5)(x^2-5x+25)$
- ㉤  $2x^2-xy-y^2-4x+y+2=(2x-y+2)(x-y+1)$

① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

- ㉠  $x^2(a-b)-y^2(b-a)=x^2(a-b)+y^2(a-b)=(a-b)(x^2+y^2)$
- ㉡  $9x^2+3xy-2y^2=(3x+2y)(3x-y)$
- ㉢  $x^3-125=(x-5)(x^2+5x+25)$
- ㉤  $2x^2-xy-y^2-4x+y+2$   
 $=2x^2-(4+y)x-(y^2-y-2)$   
 $=2x^2-(4+y)x-(y-2)(y+1)$   
 $=\{2x+(y-2)\}\{x-(y+1)\}$   
 $=(2x+y-2)(x-y-1)$

8. 사차식  $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3y$

②  $x - 2y$

③  $x - y$

④  $x + y$

⑤  $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

9. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ ,  $P(0) = 0$ 을 만족한다.  
2차 이하의 다항식  $P(x)$ 의 계수의 합은?
- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
④ 3                      ⑤ 무수히 많다.

해설

$P(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면  
 $P(0) = 0$ 에서  $c = 0 \therefore P(x) = ax^2 + bx$   
 $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 이므로  
 $a(x^2+1)^2 + b(x^2+1) = (ax^2+bx)^2 + 1$   
 $ax^4 + 2ax^2 + a + bx^2 + b = a^2x^4 + 2abx^3 + b^2x^2 + 1$   
양변의 계수를 비교하면  
 $a = a^2, 2ab = 0, 2a + b = b^2, a + b = 1$   
 $a^2 = a$ 와  $a + b = 1$ 에서  
 $(a, b) = (0, 1), (1, 0)$ 이 되는데  
이 중  $(1, 0)$ 은  $2a + b = b^2$ 을 만족하지 않으므로  $(a, b) = (0, 1)$   
즉,  $P(x) = x$ 뿐이다.  
 $\therefore$  계수의 합은 1

해설

$P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 에서  $x = 0$ 을 대입하면  
 $P(1) = \{P(0)\}^2 + 1$ 이 된다.  
 $P(1) = 1 (\because \text{모든 계수의 합은 } x = 1 \text{ 대입})$

10. 삼차항의 계수가 1인 삼차식  $f(x)$  에 대하여  $f(1) = f(2) = f(3) = 3$  이 성립할 때,  $f(0)$  의 값은?

① -6      ② -4      ③ -3      ④ 1      ⑤ 3

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{ 라고 두면,}$$

$$f(1) = 1 + a + b + c = 3$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 3$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 3$$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = -6, b = 11, c = -3$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$$

$$\therefore f(0) = -3$$

해설

$$f(1) = f(2) = f(3) = 3 \text{ 이므로}$$

$$f(x) - 3 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$f(0) - 3 = -1 \times (-2) \times (-3) = -6$$

$$\therefore f(0) = -3$$

11.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -2

해설

$$x + y + 2z = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + z = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z = 2 \Rightarrow z = 2 - x$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$\therefore ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$$

$$\Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2$$

$$= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6$$

모든 실수  $x, y, z$ 에 대해 성립하려면

$$a + b + c = 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6$$

위의 식을 연립하여 풀면,  $a = 1, \quad b = 2, \quad c = -3$

$$\therefore 3a + 2b + c = 4$$

12. 다항식  $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  가  $x - \alpha$  로 나누어떨어질 때,  
 $f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

- ① 0  
②  $a_0$   
③  $a_1$   
④  $a_5$   
⑤  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해  $f(\alpha) = 0$   
 $\therefore f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는  $f(f(\alpha))$   
 $f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

13.  $x-1$ 로 나누면 나머지가 3,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 7,  $x-3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을  $f(x)$ 라 할 때,  $f(-3)$ 의 값은?

① 7                      ② 10                      ③ 11                      ④ 12                      ⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면  $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

14. 다항식  $x^{51} + 30$ 을  $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 하자. 이때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $-3$       ②  $-2$       ③  $-1$       ④  $0$       ⑤  $1$

해설

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + R$  이라 하면

$x = -1$ 을 대입하면  $R = 29$

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + 29$

$Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지는

$Q(1)$ ,  $x = 1$  식에 대입

$31 = 2Q(1) + 29$

$\therefore Q(1) = 1$

15. 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(x) + 2$ ,  $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식  $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,  $f(1)$ 의 값을 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} f(x) = (x - \alpha)Q(x) - 2 \cdots \textcircled{1} \\ xf(x) = (x - \alpha)Q'(x) - 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times x = \textcircled{2}$ 에서

$$\begin{aligned} xf(x) &= (x - \alpha)Q(x) - 2x \\ &= (x - \alpha)Q(x) - 2(x - \alpha) - 2\alpha \\ &= (x - \alpha)\{Q(x) - 2\} - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore -2\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)Q(x) - 2$$

$$\therefore f(1) = -2$$

해설

$f(x) + 2$ ,  $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식  $x - \alpha$ 로 나누어떨어지므로

$$f(\alpha) + 2 = 0 \therefore f(\alpha) = -2 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha f(\alpha) + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서  $\alpha = 1$

$$\therefore f(1) = f(\alpha) = -2(\because \textcircled{1})$$

16.  $x^{30}$ 을  $x-3$ 으로 나눌 때 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 라 하면  $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과  $R$ 과의 차는?

- ①  $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$       ②  $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$       ③  $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$   
④  $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$       ⑤  $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x=3\text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은  $Q(1)$ 과 같으므로

$$x=1\text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

17. 이차식  $f(x)$ 를 각각  $x-3, x+1$ 로 나눈 나머지는 같고,  $f(1) = 0$ 일 때,  
 $\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{n}{m}$  ( $m, n$ 은 서로소)이다. 이 때,  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$f(1) = 0$  이므로  $f(x)$  는  $x-1$ 을 인수로 갖는다.

$\therefore f(x) = (x-1)(ax+b)$

$f(3) = f(-1)$  이므로  $2(3a+b) = -2(-a+b)$

$\therefore a = -b$

$\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{3(4a+b)}{-5(-4a+b)} = \frac{-9b}{-25b} = \frac{9}{25}$

$\therefore m = 25, n = 9$

18.  $a + b = 1$  이고  $a^2 + b^2 = -1$  일 때,  $a^{2005} + b^{2005}$  의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$b = 1 - a$  를  $a^2 + b^2$  에 대입하여 정리하면  
 $a^2 - a + 1 = 0 \quad (a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$   
 $a^3 + 1 = 0 \quad \therefore a^3 = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$   
 $a^{2005} + b^{2005} = (a^3)^{668} \cdot a + (b^3)^{668} \cdot b = a + b = 1$

해설

$a^3, b^3$  의 값을 다음과 같이 구해도 된다.  
 $a^2 - a + 1 = 0$  에서  $a^2 = a - 1$   
 $a^3 = a^2 \cdot a = (a - 1) \cdot a = a^2 - a = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$

19. 상수  $a, b$ 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때,  $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모)  $\neq 0$ 이어야 한다.  
양변에 공통분모인  $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,  
 $a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$   
 $(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$   
 $\therefore a+b=6, 3a-b=6$   
두 식을 연립하여 풀면,  
 $a=3, b=6-a=3$   
 $\therefore 2a+b=2\times 3+3=9$

20.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면  $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면  $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면  $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

21. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, \quad y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

22.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이  $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = -1, b = 3$

②  $a = 1, b = 3$

③  $a = 3, b = -1$

④  $a = -3, b = -1$

⑤  $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 + bx + 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c \\ \therefore & a = c, b = 1, c = 3 \\ & \text{따라서 } a = 3, b = 1 \end{aligned}$$

23.  $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를  $(x + 1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -12      ② -10      ③ 0      ④ 10      ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^3+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\ \underline{-(x^3+2x^2+x)} \phantom{+b} \\ -6x^2+(a-1)x+b \\ \underline{-(6x^2-12x+6)} \\ (a+11)x+b+6 \end{array}$$

나머지가 7이므로  $a + 11 = 0, b + 6 = 7$

$\therefore a = -11, b = 1$

$\therefore a + b = -10$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x + 1)^2(x + k) + 7 \\ &= x^3 + (k + 2)x^2 + (2k + 1)x + k + 7 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$\begin{aligned} k + 2 &= -4, 2k + 1 = a, k + 7 = b \\ k &= -6 \text{ 이므로 } a = -11, b = 1 \\ \therefore a + b &= -10 \end{aligned}$$

24. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가  $14x - 9$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

몫을  $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$ ,  $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $a = -2$ ,  $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

25.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값 =  $k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$