

1. 공집합이 아닌 실수의 부분집합  $A$  가  $x \in A$  이면  $2x \in A$  를 만족한다. 이때, 집합  $A$  가 유한집합이 된다고 할 때, 집합  $A$  의 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x \in A$  이면  $2x \in A$ ,  $2x \in A$  이면  $2 \cdot 2x = 4x \in A$ , ... 등과 같이 모든 자연수  $n$ 에 대해  $2^n \cdot x \in A$  가 된다.

$x \neq 0$  이라면,  $x \neq 2x$  가 되고,

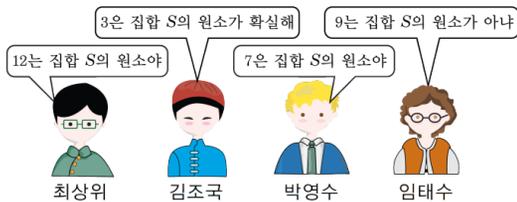
$2^n \cdot x$  는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합  $A$  는 무한집합이 된다.

그러므로 집합  $A$  가 유한집합이 되려면  $2^n \cdot x$  가 모두 같은 원소

0이 되어야 한다.

$\therefore A = 0$  이므로  $A$  의 원소는 0이다.

2. 10이하의 3의 배수의 집합을  $S$  라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답:

▷ 정답: 김조국

해설

10이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.  
 $\therefore S = \{3, 6, 9\}$   
최상위 : 12는 집합  $S$ 의 원소가 아니다.  
김조국 : 3은 집합  $S$ 의 원소이다.  
박영수 : 7은 집합  $S$ 의 원소가 아니다.  
임태수 : 9는 집합  $S$ 의 원소이다.

3. 집합  $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  일 때,  $n(A) + n(B)$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$ ,

$B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  에서  $n(A) =$

4,  $n(B) = 6$  이므로

$n(A) + n(B) = 10$  이다.

4. 집합  $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$  일 때, 다음 보기 중에서 옳은 것은 모든 몇 개인가?

- |                     |                             |                        |
|---------------------|-----------------------------|------------------------|
| ㉠ $\emptyset \in A$ | ㉡ $\{\emptyset\} \subset A$ | ㉢ $\{1, 2\} \subset A$ |
| ㉣ $\{1, 2\} \in A$  | ㉤ $\{\{1, 2\}\} \subset A$  |                        |

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

**해설**

- ㉠ :  $\emptyset$ 은 집합  $A$ 의 원소이다.
- ㉡ :  $\emptyset$ 이 원소이므로  $\{\emptyset\} \subset A$
- ㉢ :  $\{1, 2\}$ 는 집합  $A$ 의 부분집합이다.
- ㉣ :  $\{1, 2\}$ 는 집합  $A$ 의 원소이다.
- ㉤ :  $\{\{1, 2\}\}$ 는 집합  $A$ 의 부분집합이다.

5. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  의 원소의 개수가 2 개인 부분집합 중 원소의 합이 5 인 집합은 몇 개인가?

- ① 2개      ② 3개      ③ 4개      ④ 5개      ⑤ 6개

해설

원소의 개수가 2 개인  $A$  의 부분집합 :  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$   
이 중 원소의 합이 5 인 집합은  $\{1, 4\}, \{2, 3\}$  이다.

6. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{3, 6, 15, a \times 2, b + 15, 9\}$  가 서로 같을 때,  $a + b$  의 값은? (단,  $b > 0$ )

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ ,  
 $B = \{3, 6, 9, 15, a \times 2, b + 15\}$  이므로,  
 $a \times 2 = 12$ ,  $b + 15 = 18$  또는  $a \times 2 = 18$ ,  $b + 15 = 12$  이어야 한다.  
하지만 조건에서  $b > 0$  이라 했으므로  $a \times 2 = 12$ ,  $b + 15 = 18$  이다.  
따라서  $a = 6$ ,  $b = 3$  이고,  $a + b = 9$  이다.

7. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ ,

$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$

에 대하여  $A \subset B$  이고  $A \neq B$  일 때,  $\square$  안에 알맞은 가장 작은 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A$ 는  $B$ 의 진부분집합이므로 4의 배수 중 4를 제외한 가장 작은 자연수는 8이다.

8. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수는?

$$A \cap X = A, \quad n(X) = 8$$

- ① 15개                      ② 30개                      ③ 256개  
④ 512개                      ⑤ 1024개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $A \subset X$ ,  $n(X) = 8$  이기 위해서  $U$ 에서  $A$ 의 원소 6개를 제외한 5, 7, 8, 9, 10, 11에서 2개를 선택하면 된다.

즉, (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (5, 11), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (7, 11), (8, 9), (8, 10), (8, 11), (9, 10), (9, 11), (10, 11) 따라서 15개이다.

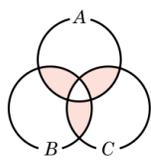
9. 집합  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

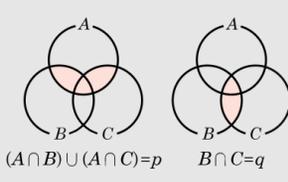
10. 두 집합  $X, Y$ 에 대하여  $X \star Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의할 때, 다음의 벤다이어그램에서 빗금 친 부분을 나타내는 것은?



- ①  $\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C)$   
 ②  $\{(A \cup B) \cap (A \cup C)\} \star (B \cap C)$   
 ③  $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$   
 ④  $\{(A \cup B) \star (A \cup C)\} \cup (B \cap C)$   
 ⑤  $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$

해설

$$\begin{aligned}
 &(A \cap B) \cup (A \cap C) = p, \quad B \cap C = q, \\
 \therefore X \star Y &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\
 &= (X \cup Y) - (Z \cap Y) \\
 &\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C) \\
 \Rightarrow p \star q &= (p - q) \cup (q - p)
 \end{aligned}$$



11. 집합  $A = \{1, 3, x, 6\}$ ,  $B = \{7, y+1, y+2, 8\}$  이고  $A \cap B = \{5, 6\}$  라고 할 때,  $(A - B) \cup (B - A)$  는?

①  $\{1, 3\}$

②  $\{1, 5\}$

③  $\{1, 3, 5\}$

④  $\{1, 3, 7, 8\}$

⑤  $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$  이므로  $x = 5, A = \{1, 3, 5, 6\}$  이다.

(1)  $y + 2 = 5$  일 경우는 조건에 맞지 않는다.

(2)  $y + 1 = 5$  일 경우,  $A \cap B = \{5, 6\}$  이 되어 조건에 맞는다.

따라서  $A = \{1, 3, 5, 6\}, B = \{5, 6, 7, 8\}$  이 되어

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 3\} \cup \{7, 8\} = \{1, 3, 7, 8\}$  이다.

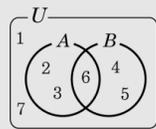
12. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여

$A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$  일 때,  $A^c \cap B^c$  은?

- ①  $\{1, 7\}$                       ②  $\{7, 8\}$                       ③  $\{1, 5, 8\}$   
④  $\{1, 5, 8\}$                       ⑤  $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  이므로  
 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$  이다.



13. 어느 학급에서 경주, 부여, 제주에 가본 적이 있는 학생들의 집합을 각각  $G, B, J$ 라고 하자. 이때 다음과 같은 학생들의 집합을  $G, B, J$ 로 나타내면?

경주와 부여 두 곳을 모두 가본 적이 있거나 부여와 제주 두 곳을 모두 가본 적이 있다.

- ①  $(B \cap G) \cup J$       ②  $B \cap (G \cup J)$       ③  $B \cup (G \cap J)$   
④  $(B \cup G) \cap J$       ⑤  $G \cap (B \cup J)$

해설

$$\begin{aligned}(G \cap B) \cup (B \cap J) &= (B \cap G) \cup (B \cap J) \\ &= B \cap (G \cup J)\end{aligned}$$

14. 자연수의 집합에서 자연수  $k$ 의 배수의 집합을  $S_k$ 로 표시할 때,  $(S_4 \cap S_6) \supset S_k$  일 때,  $k$ 의 최솟값을  $k_1$ ,  $(S_4 \cup S_6) \subset S_k$  일 때,  $k$ 의 최댓값을  $k_2$ 라 할 때,  $k_1 + k_2$ 의 값은?

- ① 2      ② 6      ③ 8      ④ 12      ⑤ 14

해설

$(S_4 \cap S_6) \supset S_{12}$  (12는 4와 6의 최소공배수)  
 $\therefore$  최솟값 : 12  
 $(S_4 \cup S_6) \subset S_2$  (2는 4와 6의 최대공약수)  
 $\therefore$  최댓값 : 2  
 $\therefore k_1 + k_2 = 14$

15. 100 명의 학생 중 영어를 좋아하는 학생은 65 명, 수학을 좋아하는 학생은 52 명이다. 영어와 수학을 모두 좋아하는 학생수의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M - m$ 의 값을 구하면?

- ① 65      ② 52      ③ 48      ④ 35      ⑤ 17

**해설**

전체집합을  $U$ , 영어를 좋아하는 학생의 집합을  $A$ , 수학을 좋아하는 학생의 집합을  $B$ 라 하면 영어와 수학을 모두 좋아하는 학생의 집합은  $A \cap B$ 이다.

$$(i) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \cdots \text{㉠}$$

$$n(A \cup B) \leq n(U) = 100 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 100 \geq 65 + 52 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) \geq 65 + 52 - 100 = 17$$

$$\therefore n(A \cap B) \geq 17$$

$$(ii) n(A \cap B) \leq n(A) \text{ 이고 } n(A \cap B) \leq n(B)$$

$$\text{따라서 } n(A \cap B) \leq 65 \text{ 이고 } n(A \cap B) \leq 52$$

$$\therefore n(A \cap B) \leq 52$$

$$(i), (ii) \text{에서 } 17 \leq n(A \cap B) \leq 52$$

$$\therefore M = 52, m = 17 \quad M - m = 35$$

16. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

①  $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$

②  $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\}$

③  $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\}$

④  $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$

⑤  $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\}$

해설

①  $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

②  $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.

③  $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\} = \{6, 12, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.

④  $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.

⑤  $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

17. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\}$ 에 대하여  $P = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$ ,  
 $Q = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$  일 때,  
 $P \cap Q$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: {3, 4, 5, 6}

**해설**

$$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\} = \{2, 3, 5\}$$

먼저 집합  $P$ 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	3	4	6
3	4	5	7
5	6	7	9

$$\therefore P = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

다음으로 집합  $Q$ 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	2	4	8
3	3	6	12
5	5	10	20

$$\therefore Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20\}$$

$$\text{그러므로 } P \cap Q = \{3, 4, 5, 6\}$$

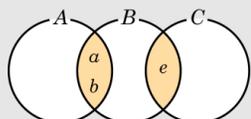
18. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $B \cap C = \{e\}$ ,  $C \cap A = \emptyset$ ,  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$ ,  $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합  $B$ 를 구하여라.

▶ 답:

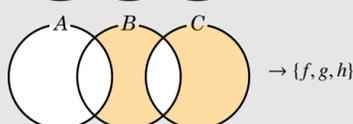
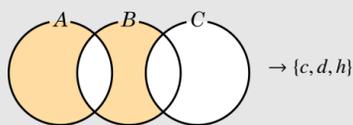
▷ 정답:  $\{a, b, e, h\}$

해설

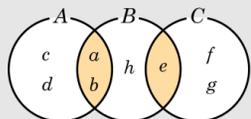
우선 세 조건  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $B \cap C = \{e\}$ ,  $C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$ ,  $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합  $A, B, C$ 는 다음과 같다.



그러므로  $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.



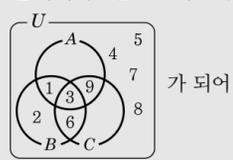
20.  $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$  에 대하여  
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$  일 때,  $(A - B)^c$  의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $C = \{3, 6, 9\}$  이므로  
 벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

21. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{2, 4, 8, 10\}$  에 대하여  $A * B = (A \cup B) - A$  라고 할 때,  $(A * B) * A$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

해설

$B \subset A$  이므로  $A * B = \emptyset$

$(A * B) * A = A$

$\therefore A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

22. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B$  에 대하여 집합  $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$  를 만족하는 집합  $B$  는?

- ①  $\{2, 3, 4\}$                       ②  $\{3, 4, 5\}$                       ③  $\{3, 4, 5, 6\}$   
④  $\{3, 4, 5, 7\}$                       ⑤  $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$  이므로  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$  이다.  
따라서 집합  $B = \{3, 4, 5, 9\}$  이다.



24. 전체집합  $U = \{x \mid |x| \leq 10 \text{인 정수}\}$  의 두 부분집합  $A = \{x \mid |x| \leq 4 \text{인 정수}\}$ ,  $B = \{x \mid 0 < x < 10 \text{인 소수}\}$  에 대하여  $A^c \cap B^c$  을 원소의 합은?

- ① -5      ② -10      ③ -12      ④ -15      ⑤ -18

해설

$$U = \{-10, -9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9, 10\},$$

$$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\},$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B) \text{ 이고 } A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\} \text{ 이므로}$$

$$A^c \cap B^c = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, 6, 8, 9, 10\}$$

따라서 원소의 합은 -12

25. 두 집합  $A = \{2, 1, a+3, b\}$ ,  $B = \{4, a, b+1\}$  에 대하여  $A \cap B = B$  일 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

( i )  $a+3 = 4$  일 때,  $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b+1\}$

$b+1 = 2$ ,  $b = 1$ (×)

( ii )  $b = 4$  일 때,

$A = \{2, 1, a+3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a+3 = 5$ ,  $a = 2$ (○)

$\therefore a+b = 2+4 = 6$