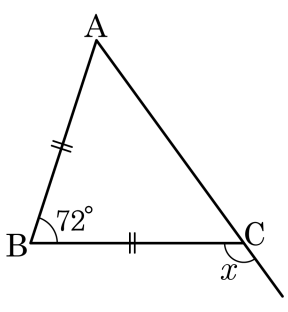
1. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle \mathrm{B} = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



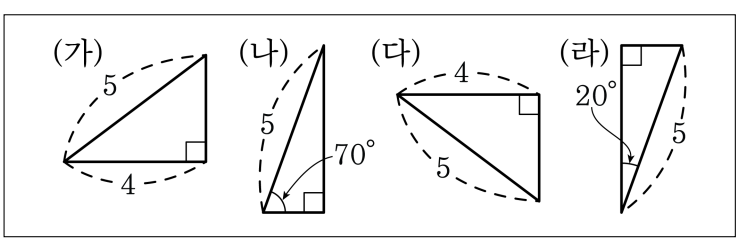
① 122° ② 123° ③ 124° ④ 125° ⑤ 126°

해설

$\angle \mathrm{BCA} = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$

$\therefore \angle x = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

2. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



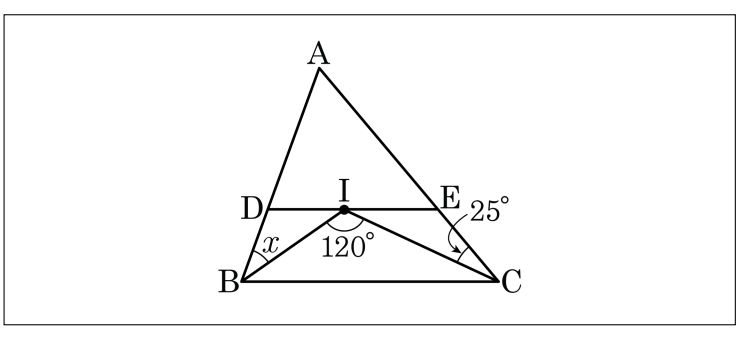
① (가) 와 (라)　② (가) 와 (다)　③ (나) 와 (라)

④ (가) 와 (나)　⑤ (나) 와 (다)

해설

(가) 와 (다) ⇒ RHS 합동
(나) 와 (라) ⇒ RHA 합동

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB, AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 25° ② 35° ③ 45° ④ 55° ⑤ 65°

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle ECI = \angle ICB = 25°$,
$\angle DBI = \angle IBC = \angle x \cdots$ ㉠
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle IBC = 180° - 120° - \angle ICB$
$= 180° - 120° - 25° = 35°$ 이다.
따라서 ㉠ 에 의해 $\angle x = 35°$ 이다.

4. 다음 중 사각형ABCD 가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \angle B = \angle D$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle A = \angle D$

③ 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OC} = \overline{OD}$

④ $\angle B = \angle D$, $\angle BAC = \angle DCA$

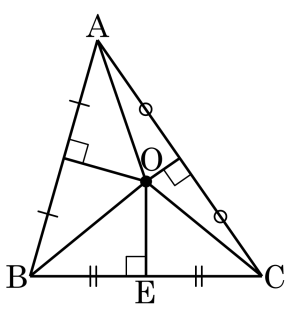
⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

해설

③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이어야 평행사변형이 된다.

5. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
△ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



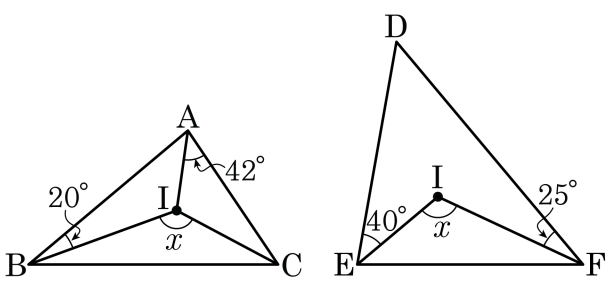
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA}$ = (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
△OBE 와 △OCE 에서
$\overline{OB}$ = (ㄴ),
∠BEO = ∠CEO = 90° ,
(ㄷ)는 공통인 변
∴ △OBE ≡ △OCE (ㄹ 합동)
∴ $\overline{BE}$ = (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

△OBE ≡ △OCE 는 RHS 합동이다.

6. 다음 그림에서 점 I가 각각의 삼각형에서 세 내각의 이등분선의 교점일 때, 두 $\angle x$의 값의 합을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 247°

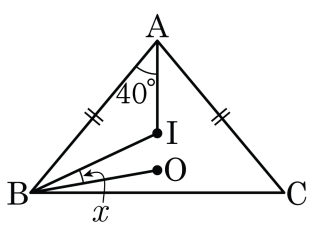
해설

i) $\angle x = 90° + 42°$ $\therefore \angle x = 132°$

ii) $\angle x + 40° + 25° = 180°$ $\therefore \angle x = 115°$

$\therefore$ $132° + 115° = 247°$

7. 다음 그림에서 I, O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심, 외심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 15 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로

$\angle A = 80°$, $\angle BOC = 160°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

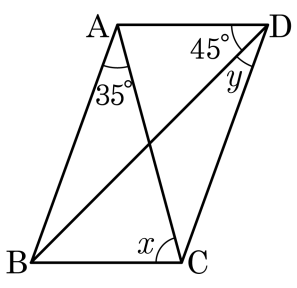
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 80° + 90° = 130°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 10°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 50° = 25°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 25° - 10° = 15°$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 35°$, $\angle ADB = 45°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

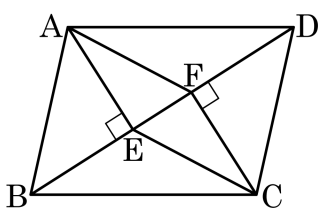


① $94°$ ② $98°$ ③ $100°$ ④ $104°$ ⑤ $108°$

해설

$\angle x = \angle DAC$ (엇각)
$\square ABCD$ 에서 $\angle A + \angle D = 180°$ 이므로
$\angle 35° + \angle x + \angle 45° + \angle y = 180°$
$\therefore \angle x + \angle y = 180° - (35° + 45°) = 100°$

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

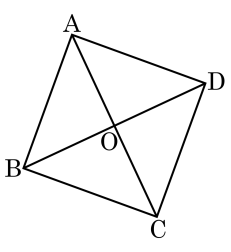
④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

△ABE ≡ △CDF(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
∠AEF = ∠CFE = 90° (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 평행사변형

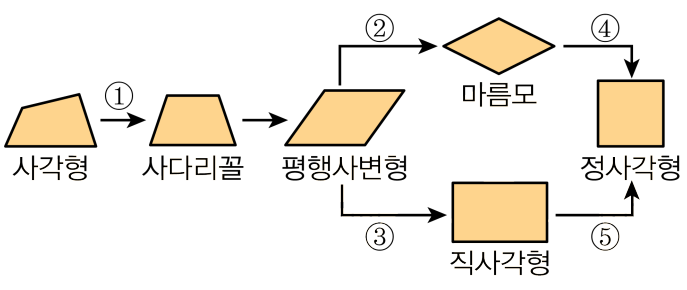
③ 마름모 ④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
$\therefore \square ABCD$ 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

11. 다음 그림은 일반적인 사각형에 조건이 하나씩 덧붙여져 특별한 사각형이 되는 과정을 나타낸 것이다. ①~⑤에 덧붙여지는 조건을 바르게 나타낸 것은?



① 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

② 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

③ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

해설

① 한 쌍의 대변이 평행하다.
② 이웃하는 두 변의 길이가 서로 같다.
④ 한 내각의 크기가 90°이다.
⑤ 이웃하는 변의 길이가 서로 같거나 대각선이 직교한다.

12. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

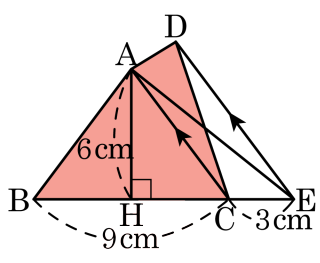
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 90° 이므로 다른 각도 모두 90° 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① $18cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $27cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $36cm^2$

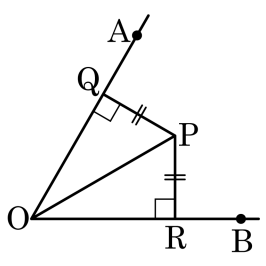
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADC$ 와 $\triangle AEC$ 는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \frac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

14. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

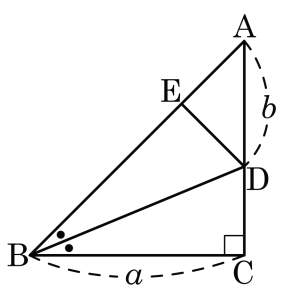
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

15. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$ ② $2a - b$ ③ $2b - a$

④ $a + b$ ⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

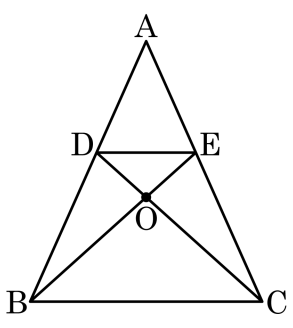
$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$\overline{AB} = \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b$

$= 2a - b$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

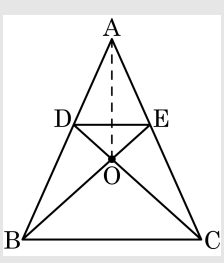
16. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DEB = \angle DBE = x$, $\angle ECD = \angle EDC = y$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OAC = \angle OCA = y$

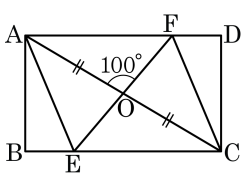
한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$\angle DOE = \angle BOC$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180°$, $x + y = \angle A = 60°$

$\therefore\ \angle BOC = 2\angle A = 120°$

17. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$
㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$
㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$
㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$
㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$
㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

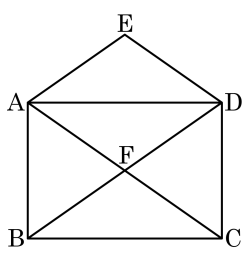
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, $\square AECF$ 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$ 는 성립할 필요 없다.

18. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x$cm, $\overline{AE} = (3x + 2y)$cm, $\overline{CF} = (14 - x)$cm 일 때, $x + y$ 의 값은?

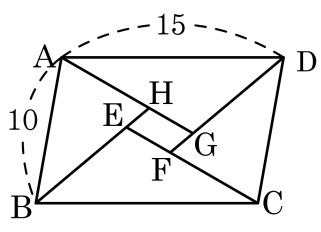


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14 - x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x + 2y$, $12 = 6 + 2y$, $y = 3$ 이므로 $x + y = 5$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$, $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 일 때, □EFGH의 둘레를 구하면?

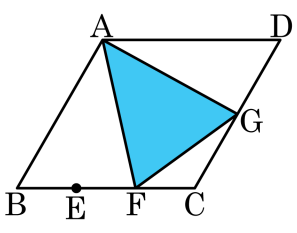


① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle EAB + \angle EBA = 90°$, $\angle AEB = 90°$이다.
따라서 □EFGH는 직사각형이다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$이므로 $\overline{EH} : 15 = 1 : 3$, $\overline{EH} = 5$
$\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$이므로 $\overline{EF} : 10 = 1 : 2$, $\overline{EF} = 5$이다.
따라서 직사각형 중 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이고, 둘레는 $2(5 + 5) = 20$가 된다.

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 120cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 2 : 1이므로 $\triangle ABF$: $\triangle AFC = 2 : 1$

$\triangle ABF = \frac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 40(\text{cm}^2)$

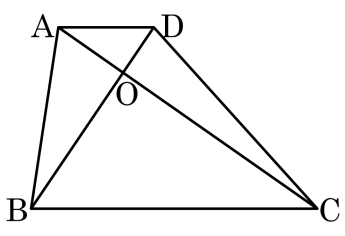
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 40(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, 이고 $\overline{OC} = 3\overline{AO}$ 이다. $\triangle AOB = 9cm^2$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $12\underline{cm^2}$

해설

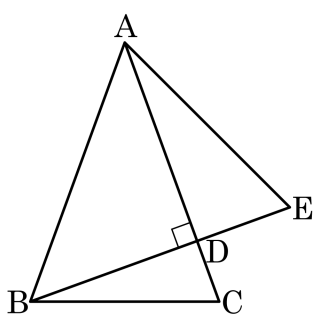
$\overline{AD}//\overline{BC}$, $\triangle ABO = \triangle DOC = 9cm^2$

$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다.

$\triangle DOC : \triangle AOD = 3 : 1 = 9cm^2 : \triangle AOD$ $\therefore \triangle AOD = 3cm^2$

$\therefore \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle DOC = 9 + 3 = 12cm^2$

22. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle ACB$, $\angle BAE = \angle BEA$, $\angle ADB = 90°$ 이다. 이때 $\angle EAD + \angle DBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 45 °

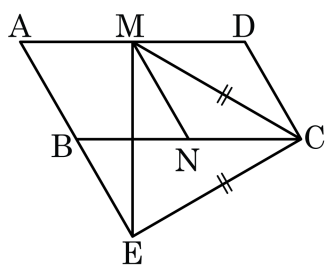
해설

다음 그림과 같이 놓으면 $a+b=x$, $c+d=y \cdots$ ㉠ $\triangle DBC$, $\triangle DBA$, $\triangle DAE$는 모두 직각삼각형이므로 $b+x=90°$, $a+c=90°$, $d+y=90° \cdots$ ㉡

㉡의 세 식을 변끼리 모두 더하면 $a+b+c+d+x+y=270°$ ㉠을 ㉡에 대입하면 $x+y=135°$

$\therefore\ b+d=\angle EAD+\angle DBC=180°-135°=45°$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AB}$ 의 연장선과 꼭짓점 C 에서 내린 수선과의 교점을 E 라고 한다. $\overline{CM} = \overline{CE}$, $\angle AEM = a$ 일 때, $\angle EBN$ 의 크기를 a 로 나타내어라.



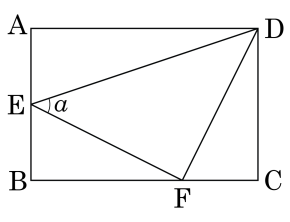
▶ 답:

▷ 정답: $2a$

해설

점 N 은 직각삼각형 BCE 의 외심이므로
$\overline{BN} = \overline{EN} = \overline{CN}$
$\overline{AM} // \overline{BN}$, $\overline{AM} = \overline{BN}$ 이므로, $\overline{AB} // \overline{MN}$
$\overline{AE} // \overline{MN}$ 이므로 $\angle AEM = \angle NME = a$ (엇각)
$\overline{MN} = \overline{BN} = \overline{EN}$ 이므로 $\angle NEM = \angle NME = a$
$\therefore \angle NEA = 2a$
$\overline{BN} = \overline{EN}$ 이므로 $\angle EBN = \angle NEA = 2a$
따라서 $\angle EBN = 2a$ 이다.

24. 다음 그림은 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$인 직사각형으로 점 E는 선분 AB의 중점이고, $\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$이다. 이 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



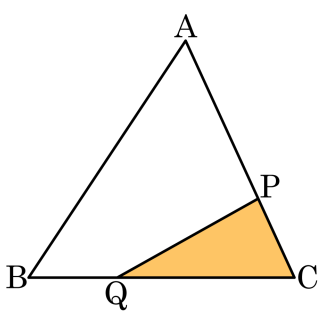
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 45°

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{AD} = 3a$라 하면
$\triangle BEF$와 $\triangle CFD$에서
$\overline{BE} = \overline{CF} = a$
$\overline{BF} = \overline{CD} = 2a$
$\angle B = \angle C = 90°$
$\triangle BEF \equiv \triangle CFD$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle DEF$는 $\overline{FE} = \overline{FD}$인 이등변삼각형이다.
또한 $\angle BEF + \angle BFE = 90°$이므로
$\angle DFC + \angle BFE = 90°$
즉, $\angle EFD = 90°$이므로 $\triangle DEF$는 직각이등변삼각형
$\therefore \angle a = 45°$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 넓이는 $36cm^2$이다. $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$, $\overline{BQ} : \overline{QC} = 1 : 2$일 때, $\triangle PQC$의 넓이는?



① $8cm^2$ ② $10cm^2$ ③ $12cm^2$
④ $14cm^2$ ⑤ $16cm^2$

해설

$\triangle ABQ$와 $\triangle AQC$는 높이가 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle ABQ : \triangle AQC = 1 : 2$

$\therefore \triangle AQC = \triangle ABC \times \frac{2}{1+2} = 36 \times \frac{2}{3} = 24(cm^2)$

$\triangle QCP$와 $\triangle QPA$에서 높이가 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle QCP : \triangle QPA = 1 : 2$

$\therefore \triangle QCP = \triangle AQC \times \frac{1}{1+2} = 24 \times \frac{1}{3} = 8(cm^2)$