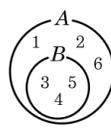


1. 다음과 같이 두 집합 A, B 가 오른쪽 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\{1, 5\} \subset B$ ㉡ $\emptyset \subset B$
 ㉢ $\{4, 6\} \subset A$ ㉣ $6 \subset A$
 ㉤ $\{3, 4, 5\} \in B$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\{1, 5\} \not\subset B$
 ㉢ $6 \in A$
 ㉤ $\{3, 4, 5\} \subset B$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, \square 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
 $A = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로
 $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 의 \square 에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 \square 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6이고, 가장 큰 자연수는 6이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능하지 않은 것은?

- ① $\{13, 26, 52\}$ ② $\{3, 13, 26, 52\}$
③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$ ④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$
⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.

② $3 \notin A \cup B$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B \subset A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{4, 6, a+1\}$, $A \cap B = \{4, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

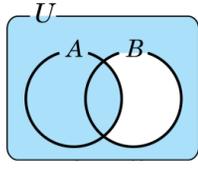
$A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 집합 B 는 반드시 4 와 8 을 포함해야 한다.
따라서 $a = 7$ 이다.

집합 A 또한 $A \cap B = \{4, 8\}$ 에 의하여 원소 4 와 8 을 반드시 포함하고, 원소 6 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.

$$\therefore A = \{1, 2, 3, 4, 8, 10\}$$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 10 = 28$$

6. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



- ① $A^c \cap B^c$ ② $(A \cap B)^c$ ③ $A^c \cup B^c$
④ $A \cup B^c$ ⑤ $A^c - B$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $A \cup B^c$ 이다.

7. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 사람에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때, 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \emptyset$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.
서준 : $A \subset B$
성진 : $A - B = \emptyset$
유진 : $A^c \cap B = \emptyset$
명수 : $B^c \subset A^c$
형돈 : $(A \cup B) - B = \emptyset$

▶ 답 :

▶ 정답 : 유진

해설

$B - A = \emptyset$ 일 때, $B \subset A$ 이다.
따라서 $A^c \cap B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

8. $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B = \{2, 5\}$, $B-A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{4, 5\}$

③ $\{2, 4, 5\}$

④ $\{2, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 5, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A-B = \{2, 5\}$, $B-A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.

따라서 $A = (A-B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

9. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 1\}$, $B = \{3, a, a - 1\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = B$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① $a = 1$

② $a = -1$

③ $a = 3$

④ $a = -2$

⑤ $a = 2$

해설

$$(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = (A \cup B) \cap (A \cup B) = A \cup (B \cap B) = A \cup B = A$$

$\therefore A = B \Rightarrow a^2 - 1 = 3, a = \pm 2$ 여기서 $a = -2$ 이면 $B = \{3, -2, -3\}$ 이 되어 성립하지 않는다.

$\therefore a = 2$

11. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

- ㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.
- ㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠, ㉣의 역이 참이다.

12. 두 명제 ‘여름이 오면 덥다.’, ‘더우면 비가 온다.’ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① 덥지 않으면 여름이 오지 않는다.
- ② 여름이 오면 비가 온다.
- ③ 비가 오면 여름이 온다.
- ④ 비가 오지 않으면 여름이 오진 않는다.
- ⑤ 더우면 여름이 온다.

해설

세 명제 ‘여름이 온다.’, ‘덥다.’, ‘비가 온다.’ 를 각각 p, q, r 로 놓으면 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$ 명제가 참이면 그 대우역시 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow \sim p$ 그러나 어떤 명제가 참이라고 해서 역과 이가 반드시 참인 것은 아니다. 따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

13. x, y 가 실수일 때 세 명제 $p : xy = 0, q : |x| + |y| = 0, r : x + y = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
- ② p 는 r 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
- ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ q 는 r 이기 위한 충분조건이다.

해설

$p : xy = 0 \rightarrow x = 0$ 또는 $y = 0$
 $q : |x| + |y| = 0 \rightarrow x = 0$ 그리고 $y = 0$
 $r : x + y = 0 \rightarrow x = -y$
 $\therefore q \rightarrow p$ { p 는 q 이기 위한 필요조건 }
 q 는 p 이기 위한 충분조건
 $q \rightarrow r$ { p 는 r 이기 위한 필요조건 }
 r 은 p 이기 위한 충분조건

14. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b, a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\ &= 2\sqrt{ab} \quad (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$$

15. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것을 모두 고르면?(단, x, y 는 실수)

보기

㉠ $x^2 \geq 0$

㉡ $x^3 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 항상 성립한다. ∴ 참

㉡ [반례] $x = -1$ 일 때, $x^3 < 0$ ∴ 거짓

㉢ [반례] $x = 0, y = 0$ 일 때, $|x| + |y| = 0$ ∴ 거짓

16. 집합 $M = \{a + bi \mid a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- ㉠ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 + z_2 \in M$
 ㉡ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 z_2 \in M$
 ㉢ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $\frac{z_1}{z_2} \in M$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$z_1 = a + bi \in M, z_2 = c + di \in M$ 이라 하자.

㉠ $z_1 + z_2 = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (a + c)^2 + (b + d)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 \\ &= 2 + 2(ac + bd) \text{이므로} \end{aligned}$$

$2 + 2(ac + bd) \neq 1$ 일수 있으므로 $z_1 + z_2 \in M$ 이라 할 수 없다.

㉡ $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di)$
 $= ac + adi + bci - bd$
 $= (ac - bd) + (ad + bc)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 \\ &= a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2 \\ &= a^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2 + b^2c^2 \\ &= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) = a^2 + b^2 = 1 \quad (\because c^2 + d^2 = 1) \end{aligned}$$

$\therefore z_1 \cdot z_2 \in M$

㉢ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di}$
 $= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)}$
 $= \frac{ac - adi + bci + bd}{c^2 + d^2}$
 $= (ac + bd) + (bc - ad)i$
 $(\because c^2 + d^2 = 1)$ 에서

$$\begin{aligned} & (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2 \\ &= a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2d^2 \\ &= a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 = (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2 \\ &= c^2 + d^2 = 1 \end{aligned}$$

$\therefore \frac{z_1}{z_2} \in M$

17. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 18 \text{인 정수}\}$
- ㉡ $A = \{x \mid 1 < x \leq 17 \text{인 짝수}\}$
- ㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$
- ㉣ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ㉤ $A = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$
 $= \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$
 $= \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$
 $= \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$

18. 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 무한집합
- ② $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ 유한집합
- ③ $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 무한집합
- ④ $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ 무한집합
- ⑤ 공집합

19. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

20. 다음 중에서 옳은 것의 기호를 찾아서, 각 기호에 주어진 글자를 이용하여 단어를 만들어라.

- ㉠ $\{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$ 이므로 부분집합이 아니다.
- ㉡ $\{1, 5, 3\} = \{5, 3, 1\}$
- ㉢ $\{\neg, \neg, \neg\} \not\subset \{\neg, \neg, \neg\}$
- ㉣ $A = \{7, 8\}$ 일 때, $\emptyset \subset A$ 이다.
- ㉤ $\{\neg, \neg\} \not\subset \{\neg, \neg, \neg\}$
- ㉥ \emptyset 은 $\{e, f\}$ 의 부분집합이 아니다.
- ㉦ $\{a, b\}$ 의 부분집합은 $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 뿐이다.
- ㉧ $\{\neg, \neg, \neg\}$ 의 부분집합은 7개이다.
- ㉨ $\{m, n\}$ 은 $\{m, n\}$ 의 부분집합이다.

㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥	㉦	㉧	㉨
천	축	국	하	후	행	복	합	해

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 축하해

해설

㉠ $\{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$ 이므로 부분집합이다.
 ㉡ $\{1, 3, 5\} = \{1, 5, 5\} = \{5, 3, 1\}$ 이다.
 ㉢ $\{\neg, \neg, \neg\} \not\subset \{\neg, \neg, \neg\}$
 ㉣ \emptyset 은 모든 집합의 부분집합이다.
 ㉤ $\{\neg, \neg\} \subset \{\neg, \neg, \neg\}$ 이다.
 ㉥ \emptyset 은 $\{e, f\}$ 의 부분집합이다.
 ㉦ $\{a, b\}$ 의 부분집합에서 \emptyset 이 빠졌다.
 ㉧ $\{\neg, \neg, \neg\}$ 의 부분집합은 8개이다.
 ㉨ $\{m, n\} \subset \{m, n\}$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣, ㉨이다.

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

㉠ $X \subset A$ ㉡ $\{3, 5\} \subset X$ ㉢ $n(X) \leq 5$

① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 $\{3, 5\}$ 를 반드시 포함하며 원소의 개수가 5 개이하인 부분집합이다.

원소의 개수가 2 개인 부분집합 : $\{3, 5\}$

원소의 개수가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 5, 11\}$

원소의 개수가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\}, \{1, 3, 5, 11\}, \{3, 5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 11\}, \{3, 5, 9, 11\}$

원소의 개수가 5 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 9, 11\}, \{3, 5, 7, 9, 11\}$

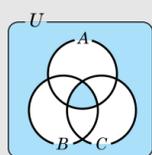
22. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 6\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 9\text{의 배수}\}$,
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A\Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A\Delta B) \cap (A\Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$(A\Delta B) \cap (A\Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A\Delta B) \cap (A\Delta C)) = 1 + 21 = 22$$

23. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \rightarrow p$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\emptyset \cap Q) = P \cup \emptyset = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
 $\therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

24. 다음은 정수 a, b 에 대하여 명제 'ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.' 를 증명한 것이다.

a, b 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
 이때, $2mn - m - n$ 이 이므로, ab 는 이다.
 따라서, 'a, b 가 홀수이면 ab 는 홀수이다.' 는 참이고 이것은 주어진 명제의 이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① 자연수, 홀수, 역 ② 정수, 짝수, 대우
 ③ 정수, 홀수, 대우 ④ 유리수, 짝수, 이
 ⑤ 유리수, 홀수, 이

해설

a, b 를 모두 홀수라 하면
 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
 이때, $2mn - m - n$ 이 정수 이므로 ab 는 홀수 이다. 이것은 주어진 명제의 대우 가 참임을 증명하여 주어진 명제가 참임을 증명한 것이다.

25. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B 의 갯수)
= (U 의 부분집합의 갯수) -
(A 의 원소를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 갯수)
= $2^5 - 2^{5-x}$
= $32 - 2^{5-x} = 24$
 $\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$
따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.