

1. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

- ① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

∴ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

2. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면: $a = 1$
 $x = -1$ 을 대입하면: $b = 2$
 $x = 2$ 을 대입하면: $c = -1$
 $\therefore a + b + c = 2$

3. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$

- ① 1 개
- ② 3 개
- ③ 5 개
- ④ 7 개
- ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

4. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

- ① $17 - i$ ② $3 + i$ ③ $3 - i$ ④ $7 + i$ ⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

5. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

6. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

7. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x + a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x + 1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

8. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1 \end{aligned}$$

9. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?
- ① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
 $(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
 $\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

11. x 의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때 } : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때 } : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 > 1 \\ -2x+1 < -x-4 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x < -5$

② $x > -5$

③ $x < -1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 5$

해설

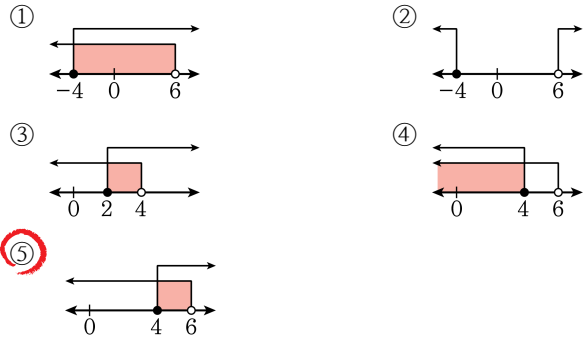
$$\begin{cases} 3x-2 > 1 \\ -2x+1 < -x-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 5 \end{cases}$$

$$\therefore x > 5$$

13. 연립부등식

$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \leq 3(x-1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

1. $2(x-3) < x$, $x < 6$
2. $x+5 \leq 3(x-1)$, $x \geq 4$
공통된 해를 찾으려면 $4 \leq x < 6$

14. x 가 자연수일 때, $0.6(2-x) \geq 0.5x - 1.1$ 를 만족하는 x 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$6(2-x) \geq 5x - 11$$

$$12 - 6x \geq 5x - 11$$

$$-11x \geq -23$$

$$\therefore x \leq \frac{23}{11}$$

따라서 1, 2이다.

15. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

- ①

$$\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$
- ②

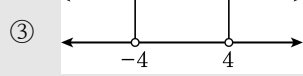
$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$$
- ③

$$\begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$$
- ④

$$\begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$
- ⑤

$$\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

해설



16. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$ 라고 할 때, $a+b$ 를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \\f(1) &= a + b = 3, \quad f(2) = 2a + b = 1 \\a &= -2, \quad b = 5 \\\therefore a + b &= 3\end{aligned}$$

17. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

18. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

19. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$
 $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면
 $A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$
 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$
 $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$
따라서, $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.
 $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
 $B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 0, b = -4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 7$

21. 다음 등식을 만족하는 실수 x 의 값을 a , y 의 값을 b 라 할 때, $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)}=\frac{5(1-i)}{2+i}=1-3i$$

$$x+yi=1+3i$$

$$a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

22. 직선 $y = 2x + k$ 가 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와는 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와는 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개 ④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

직선 $y = 2x + k$ 가
곡선 $y = -x^2 - 6x + 1$ 과 만날 때
 $2x + k = -x^2 - 6x + 1$ 에서
 $x^2 + 8x + k - 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면
 $\frac{D_1}{4} = 16 - k + 1 \geq 0$ 에서 $k \leq 17$
직선 $y = 2x + k$ 가
곡선 $y = -x^2 + 4x$ 와 만나지 않을 때
 $2x + k = -x^2 + 4x$ 에서
 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면
 $\frac{D_2}{4} = 1 - k < 0$ 에서 $k > 1$
따라서 k 의 값의 범위는 $1 < k \leq 17$ 이므로
정수 k 의 개수는 16 개이다.

23. x, y 가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 \\ &= (x - 3)^2 + 2(y + 1)^2 - 4 \text{ 이므로} \\ & x = 3, y = -1 \text{ 일 때, 최솟값 } -4 \text{ 를 갖는다.} \end{aligned}$$

24. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때 $\frac{x^{10} + 1}{x^2}$ 의 값을 구하여라?

① 1

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -1

해설

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^{10} + 1}{x^2}$$

$$= \frac{(x^3)^3 x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x + 1}{x^2} = \frac{-x^2}{x^2}$$

$$= -1$$

$$(\because x^2 + x + 1 = 0)$$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x - 1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 1개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x - 1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $x^2 - (y - 3)^2 = 0$
 $(x + y - 3)(x - y + 3) = 0$
 $y = x + 3$ 또는 $y = -x + 3$
i) $y = -x + 3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\therefore x = 2$ 이 때, $y = 1$
ii) $y = x + 3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,
 $x^2 + 2x + 4 = 0$
 $\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$
이 때, $y = 2 \pm \sqrt{3}i$
i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 (2, 1)이다.
따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1개이다.

26. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

27. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{10-x}{4} \leq a \\ 4x-5 \leq x+1 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, 정수 a 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{10-x}{4} \leq a, 10-4a \leq x$$

$$4x-5 \leq x+1, x \leq 2$$

연립부등식이 해를 갖기 위해서는

$$10-4a \leq 2$$

$$a \geq 2$$

$\therefore a$ 의 최솟값은 2

28. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots ①$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots ②$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots ③$$

①, ②, ③을 (*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$

29. x 에 대한 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 5이고, 그 몫을 다시 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 3일 때, $xP(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

x 에 대한 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$,
 $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$ 라 하면
 $P(x) = (x-2)Q(x) + 5, Q(x) = (x+3)Q_1(x) + 3$ 이므로
 $P(x) = (x-2)((x+3)Q_1(x) + 3) + 5$
 $= (x-2)(x+3)Q_1(x) + 3x - 1$
 $\therefore P(-3) = -9 - 1 = -10$
따라서 $xP(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는
 $-3P(-3) = -3 \times (-10) = 30$

해설

나머지정리에 의해 $Q(-3) = 3$
 $P(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서 양변에 x 를 곱하면
 $xP(x) = x(x-2)Q(x) + 5x \cdots \textcircled{1}$
나머지정리에 의해 $xP(x)$ 를 $x+3$ 로 나눈 나머지는 $-3P(-3)$ 이다.
 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x = -3$ 을 대입하면
 $-3P(-3) = -3 \cdot (-5)Q(-3) - 15$
 $Q(-3) = 3$ 을 대입하면 $-3P(-3) = 30$

30. x, y 가 실수일 때, 복소수 $z = x + yi$ 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 하면 $z\bar{z} = 3$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right)$ 의 값은?

① x

② y

③ $x + y$

④ $x - y$

⑤ $2x + y$

해설

$z = x + yi, \bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = 3$ 이면 $\bar{z} = \frac{3}{z}$ 을 대입

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \\ &= \frac{1}{2}(x + yi + x - yi) \\ &= x\end{aligned}$$