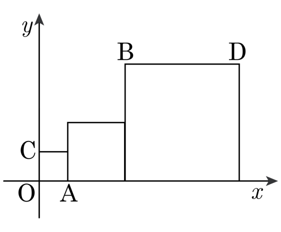
1. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $\mathrm{C}(0, 4)$, 점 $\mathrm{D}(21, 12)$일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



① 11　　② 13　　③ 15

④ 17　　⑤ 21

해설

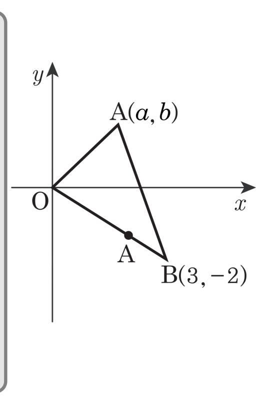
가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
점 $\mathrm{A}(4,\ 0)$ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
점 $\mathrm{B}(21-12,\ 12)$
즉, $\mathrm{B}(9,\ 12)$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(9-4)^2+12^2} = 13$

2. 좌표평면 위에 세 점 O(0, 0), A(a, b), B(3, −2)가 있다. 이 때, $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$ 의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

해설

$\sqrt{a^2+b^2}$ 은 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 길이이고
$\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$ 은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이이다.
따라서 준식은 세 점 O, A, B가 이 순서로 일직선상에 있을 때 최소가 되며 이 때 $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OB}}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}$ 의 최솟값은
$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$ 이다.



3. 평면상의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여, 선분 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 3 등분점 중 P 에 가까운 쪽의 점을 $\mathrm{P} * \mathrm{Q}$ 로 나타낼 때, $\mathrm{A}(1,2)$, $\mathrm{B}(-2,3)$, $\mathrm{C}(-1,-1)$ 에 대하여 점 $(\mathrm{A} * \mathrm{B}) * \mathrm{C}$ 의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{3},\ \frac{11}{9}\right)$　② $(-3,\ 4)$　③ $\left(\frac{5}{2},\ \frac{1}{3}\right)$

④ $(2,\ -1)$　⑤ $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{7}{2}\right)$

해설

$\mathrm{P} * \mathrm{Q}$ 는 P, Q 의 $1:2$ 내분점을 말한다.

$$\therefore (\mathrm{A} * \mathrm{B}) = \left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 1}{1+2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1+2}\right) = \left(0, \frac{7}{3}\right)$$

$$\left(0, \frac{7}{3}\right) * \mathrm{C}$$

$$= \left(\frac{1 \times (-1) + 2 \times 0}{1+2}, \frac{1 \times (-1) + 2 \times \frac{7}{3}}{1+2}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

$$(\mathrm{A} * \mathrm{B}) * \mathrm{C} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

4. 좌표평면 위의 점 A$(3, -2)$, B$(4, 5)$, C$(-1, 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x = -2,\ y = -4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, -4)$

5. 정점 $A(-2,\ 3)$과 직선 $y=2x-1$ 위의 동점 P를 잇는 선분 $\overline{AP}$ 를 $1:2$ 로 내분하는 점 Q의 자취의 방정식은?

① $y=x+\dfrac{13}{3}$ ② $y=2x+\dfrac{13}{3}$ ③ $y=3x+\dfrac{13}{3}$
④ $y=4x+\dfrac{13}{3}$ ⑤ $y=5x+\dfrac{13}{3}$

해설

점 $P(a,\ 2a-1)$, $Q(x,\ y)$라 하면

$$x=\frac{1\cdot a+2\cdot(-2)}{1+2}=\frac{a-4}{3}$$

$$y=\frac{1\cdot(2a-1)+2\cdot 3}{1+2}=\frac{2a+5}{3}$$

여기에서 a를 소거하여 $x,\ y$ 의 관계식을 구하면

$$\therefore\ y=2x+\frac{13}{3}$$

6. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

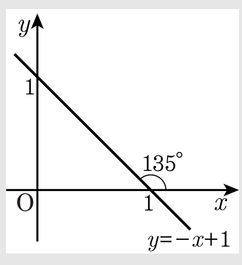
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 $135\degree$

해설

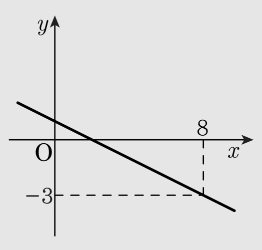
기울기 -1, y 절편 1,
x 축의 양의 방향과
이루는 각 $135\degree$



7. 점 $(8, -3)$ 을 지나고, x축, y축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1 인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$ ② $\frac{x}{2}+y=1$ ③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$
④ $x+\frac{y}{3}=1$ ⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$

해설



x절편이 a이고, y절편이 b인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(8, -3)$ 을 지나므로

$\frac{8}{a}+\frac{(-3)}{b}=1 \cdots ㉠$

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S 는

$S=\frac{1}{2}ab=1 \cdots ㉡$

㉡에서 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}b$

이것을 ㉠에 대입하면 $8 \times \frac{1}{2}b-\frac{3}{b}=1$에서

$4b^2-b-3=0 \quad \therefore \ (4b+3)(b-1)=0$

$b>0$이므로 $b=1 \quad \therefore \ a=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2}+y=1$

8. 세 점 A(3, a), B(2, 1), C ($a+4$, 2)이 일직선 위에있을 때, 실수 a의 값들의 곱은?

① −3 ② −2 ③ −1 ④ 0 ⑤ 1

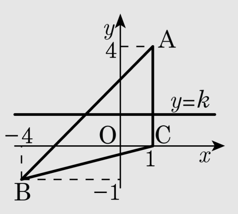
해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 기울기는 같다.
$\overline{AB}$의 기울기와 $\overline{BC}$의 기울기가 같으므로
$\frac{1-a}{2-3}=\frac{2-1}{(a+4)-2}$, $\frac{a-1}{1}=\frac{1}{a+2}$
$(a-1)\cdot(a+2)=1$, $a^2+a-3=0$
$\therefore$ 실수 a의 값의 곱은 −3

9. 좌표평면 위의 세 점 $A(1, 4)$, $B(-4, -1)$, $C(1, 0)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y = k$가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4 - \sqrt{5}$　② $4 - \sqrt{6}$　③ $4 - \sqrt{7}$　④ $4 - 2\sqrt{2}$　⑤ $4 - \sqrt{10}$

해설



$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

$\overline{AB}$ 의 방정식을 구하면, $y = \frac{-1-4}{-4-1}(x-1)+4$

$\Rightarrow \quad y = x + 3$

$\therefore \quad y = k$와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 $(k-3,\ k),\ (1,\ k)$

$\Rightarrow$ 이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$\frac{1}{2} \times (1-(k-3)) \times (4-k) = 5$

방정식을 풀면, $k = 4 \pm \sqrt{10}$

$\therefore \ k = 4 - \sqrt{10}$ $(\because \ k < 4)$

10. 다음 중 직선 $2x-3y-5=0$ 에 수직이고 점 $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선 위에 있는 점은?

① $(3,-2)$　② $(3,-3)$　③ $(3,-4)$
④ $(3,-5)$　⑤ $(3,-6)$

해설

주어진 직선의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로
이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y-2=-\frac{3}{2}(x+1)$
$\therefore 3x+2y-1=0$
그러므로 이 직선 위에 있는 점은 점 $(3,-4)$ 이다.

11. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1 과 l_2 가 서로 수직이고 l_1 과 l_3 가 서로 평행할 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1 과 l_2 가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.

$(-a)\cdot\frac{b}{3}=-1, \quad \therefore\ ab=3\cdots$ ㉠

l_1 과 l_3 가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.

$-a=-b-2, \quad \therefore\ a-b=2\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 이용하면

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4+6=10$

12. 두 직선 $x-3y-3=0,\ 2x-y-2=0$의 교점과 점 $(3,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식을 $ax-4y+b=0$라할 때, $a+b$의 값은?

① -2 개　② -4 개　③ -6 개
④ -8 개　⑤ -10 개

해설

두 직선의 교점은 $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ 이므로

$\Rightarrow\ \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right), (3,1)$ 을 지나는 직선은

$$y=\frac{1-\left(-\frac{4}{5}\right)}{3-\frac{3}{5}}(x-3)+1$$

$\Rightarrow\ y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$

$\Rightarrow\ 3x-4y-5=0$

$\therefore\ a=3, b=-5$

$a+b=-2$

13. 직선 $(2k-1)x+(k+3)y-(k+10)=0$이 k의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, a^2+b^2의 값은?

① 4 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 13

해설

k에 대하여 정리하면
$(2x+y-1)k+(-x+3y-10)=0$
이 직선은 k의 값에 관계없이
다음 두 직선의 교점을 지난다.
$2x+y-1=0,\quad -x+3y-10=0$
두 식을 연립하여 풀면 $x=-1,\ y=3$
즉, $a=-1,\ b=3$
따라서 구하고자 하는 값은 10이다.

14. y축 위의 한 점 P로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 좌표는?

① (1 ,−2)　② (−1 ,2)　③ (0 ,2)
④ (0 ,1)　⑤ (0 ,−2)

해설

y 축 위의 한 점을 P $(0, y)$ 라 하면 직선
$x-y+3=0$ 과 점 P 사이의 거리는
$$d_1 = \frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$
직선 $x-y-1=0$
과 점 P 사이의 거리는
$$d_2 = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$
$d_1 = d_2$ 이므로
$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}} = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$
양변을 제곱하여 정리하면
$-8y = -8 \therefore y = 1$
$\therefore P$ (0 ,1)

15. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면
$(x-k)^2 + (y+k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots ㉠$
반지름의 길이가 1 이므로
㉠에서 $-k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$
$k^2 - 4k + 3 = 0, (k-1)(k-3) = 0$
$\therefore k = 1$ 또는 $k = 3$
따라서 합은 4 이다.

16. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 6

해설

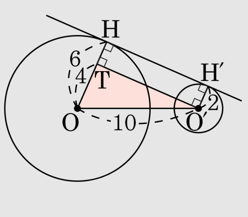
원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

17. 다음 두 원 $x^2+y^2=36$, $(x-6)^2+(y-8)^2=4$ 의 공통외접선과 공통내접선의 길이의 합을 구하면?

① $2+\sqrt{19}$ ② $1+3\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{13}+\sqrt{31}$

④ $6+2\sqrt{21}$ ⑤ $5+4\sqrt{51}$

해설



두 원의 반지름의 길이는 각각 $6, 2$ 이고, 두 원의 중심을 각각 $\mathrm{O}, \mathrm{O'}$ 이라고 할 때, $\mathrm{O}(0,0), \mathrm{O'}(6,8)$ 이므로 중심거리는 $\sqrt{6^2+8^2}=10$ 이다. (i) 다음 그림과 같이 점 $\mathrm{O'}$ 에서 $\overline{\mathrm{OH}}$ 에 내린 수선의 발을 T라고 하면

$\overline{\mathrm{TH}}=\overline{\mathrm{O'H'}}=2$ 이므로

$\overline{\mathrm{OT}}=6-2=4$

한편, $\triangle\mathrm{OTO'}$ 은 직각삼각형이므로

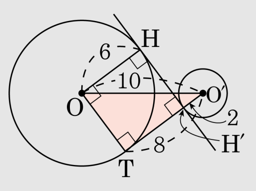
피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{O'T}}=\sqrt{\overline{\mathrm{OO'}}^2-\overline{\mathrm{OT}}^2}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$

이 때, $\overline{\mathrm{HH}}=\overline{\mathrm{O'T}}$ 이므로 구하는 공통외접선의 길이는 $2\sqrt{21}$

(ii) 다음 그림과 같이 점 O 에서 $\overline{\mathrm{O'H'}}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 T 라고 하면

$\overline{\mathrm{TH'}}=\overline{\mathrm{OH}}=6$ 이므로 $\overline{\mathrm{O'T}}=6+2=8$



한편, $\triangle\mathrm{OTO'}$ 은 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{OT}}=\sqrt{\overline{\mathrm{OO'}}^2-\overline{\mathrm{O'T}}^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

이때, $\overline{\mathrm{HH'}}=\overline{\mathrm{OT}}$ 이므로 구하는 공통내접선의 길이는 6

(i), (ii) 에서 구하는 길이의 합은 $2\sqrt{21}+6$

18. 원 $x^2+y^2=2$ 와 직선 $y=-x+k$ 이 한점에서 만나도록 하는 k 값은?(단, $k<0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=-2$

해설

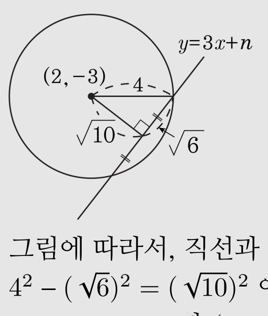
원이 직선과 한 점에서 만나려면,
즉 접하려면 원의 중심과 직선사이 거리가
반지름과 같아야 한다.
$\Rightarrow$ 중심 : $(0,\ 0)$ 직선 : $x+y-k=0$
$$\frac{|1\times 0+1\times 0-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$$
$\Rightarrow$ $k=\pm 2$
$\therefore$ $k=-2$ ($\because$ $k<0$)

19. 직선 $y = 3x + n$ 이 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ 에 의하여 잘린 현의 길이가 $2\sqrt{6}$ 일 때, 상수 n 의 값의 합은?

① -18 ② 18 ③ -22 ④ 22 ⑤ 0

해설

$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4^2$ 이고



그림에 따라서, 직선과 중심과의 거리는

$4^2 - (\sqrt{6})^2 = (\sqrt{10})^2$ 에 따라서 $\sqrt{10}$

$3x - y + n = 0$ 과 $(2,\ -3)$ 의 거리

$$\frac{|6+3+n|}{\sqrt{3^2+1}} = \sqrt{10}$$

$|9+n| = 10$

$\therefore\ n = \pm 10 - 9 = 1\ or\ -19$

$\therefore\ 1 - 19 = -18$

20. 원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 을
표준형으로 고치면 $(x-1)^2+(y+2)^2=8$ 이므로
중심이 $(1,\ -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1,\ -2)$ 에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리 d 는

$$\frac{|1-(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$$

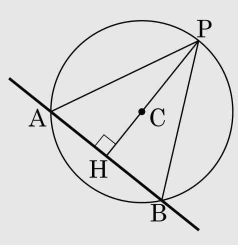
따라서 원 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에
이르는 거리의 최솟값은
$d-$ (반지름의 길이)$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

21. 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$와 직선 $3x+4y-1=0$이 만나는 두 점을 각각 A, B, 원 위의 한 점을 P라 할 때, $\triangle$PAB의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

원 위의 점 P에서 직선 $3x+4y-1=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PH}}$가 원의 중심을 지날 때, $\triangle$PAB의 넓이가 최대이다.

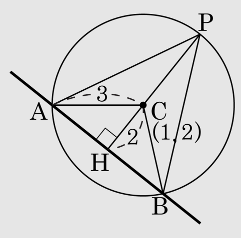


이 때, 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$의 중심 C$(1,2)$에서 직선 $3x+4y-1=0$에 이르는 거리는

$\overline{\mathrm{CH}}=\dfrac{|3\cdot1+4\cdot2-1|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

$\therefore \overline{\mathrm{PH}}=3+2=5$

또, 다음 그림에서 $\triangle$CAH는 직각삼각형이므로 피타고라스정리에 의하여



$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AH}}=2\sqrt{5}$

따라서, $\triangle$PAB의 넓이의 최댓값은

$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{PH}}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times5=5\sqrt{5}$

22. 원 $x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(1,0)$ 을 지난다고 한다. 이 때, 점 (a,b) 가 나타내는 도형의 길이를 구하면?

① $\frac{\pi}{2}$　② π　③ 2π　④ 4π　⑤ $\frac{7}{3}\pi$

해설

$x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 을 표준형으로 나타내면
$(x-1)^2+(y+2)^2=1$
이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼,
y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
$(x-a-1)^2+(y-b+2)^2=1$
이 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로
$(-a)^2+(-b+2)^2=1$
$\therefore a^2+(b-2)^2=1$
따라서, 점 (a,b) 가 나타내는 도형은
중심이 $(0,2)$, 반지름의 길이가 1 인 원이므로
구하는 도형의 길이는 2π 이다.

23. 포물선 $y = x^2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시켰더니 직선 $y = x - 1$ 에 접하였다. 이 때, a 의 값은?

① $-\frac{7}{4}$　　② $-\frac{5}{4}$　　③ $-\frac{3}{4}$　　④ $-\frac{1}{4}$　　⑤ 0

해설

$y = x^2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = x^2$ 이고
이를 다시 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동 하면,
$-(y - a) = x^2, \quad y = -x^2 + a$
이 곡선이 $y = x - 1$ 에 접하려면
$x - 1 = -x^2 + a$, $x^2 + x - a - 1 = 0$ 에서
$D = 1^2 - 4(-a - 1) = 0$
$\therefore \ a = -\frac{5}{4}$

24. 점 A(2, 3) 을 직선 $y = x - 1$ 에 의해 대칭 이동한 점의 좌표는?

① (3, −2)　　② (3, 2)　　③ (1, 4)
④ (4, 2)　　⑤ (4, 1)

해설

대칭이동 된 점의 좌표를 $A' = (X,\ Y)$ 라 하면,
$\overline{AA'}$ 은 $y = x - 1$ 에 수직하고 AA' 의 중점은 $y = x - 1$ 위에 있다.
$\Rightarrow\ \dfrac{Y-3}{X-2} = -1,\ \dfrac{Y+3}{2} = \dfrac{X+2}{2} - 1$
두 식을 연립하면, $X = 4,\ Y = 1$
$\therefore\ A' = (4,\ 1)$

25. 두 점 $\mathrm{A}(1,3)$, $\mathrm{B}(4,1)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $\mathrm{A}(1,3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$\mathrm{A}'(1,-3)$

이 때, 다음 그림에서

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$

또, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{A'B}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{(4-1)^2+\{1-(-3)\}^2}=5$