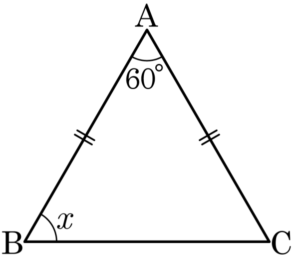
1. 다음 이등변삼각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\;\;\;\circ}$

▷ 정답 : $60\ \underline{\circ}$

해설

$\angle x = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

2. 다음 □ABCD 중 평행사변형이 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $\overline{AB}=10\mathrm{cm}$, $\overline{DC}=6\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=10\mathrm{cm}$, $\overline{AD}=6\mathrm{cm}$
㉡ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
㉢ $\angle A=60°$, $\angle B=120°$, $\overline{AD}=\overline{BC}=12\mathrm{cm}$
㉣ $\angle A=110°$, $\angle B=70°$, $\angle C=70°$

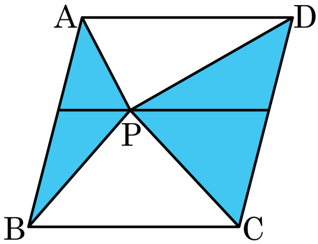
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

㉠, ㉡, ㉣ 3 개는 평행사변형이 아니다.

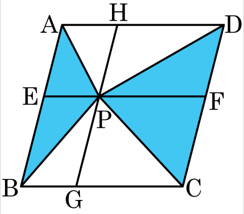
3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 □ABCD 의 넓이가 84cm^2 일 때, $\triangle ABP + \triangle CDP$ 의 값은?



① 36cm^2 ② 38cm^2 ③ 42cm^2

④ 50cm^2 ⑤ 54cm^2

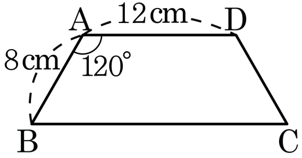
해설



점P 를 지나고 $\overline{AD}, \overline{AB}$ 에 평행한 직선 $\overline{EF}, \overline{HG}$ 를 그으면 □AEPH , □EBGP , □PGCF , □HPFD 는 모두 평행사변형이다.
$\triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore \triangle ABP + \triangle CDP = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$

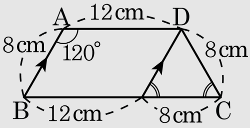
4. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\angle A = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

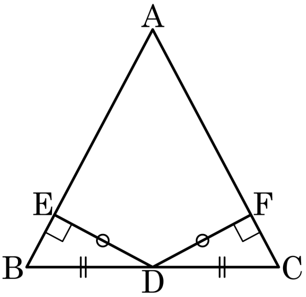
▷ 정답 : 48 cm

해설



$$
\begin{aligned}
(\square\text{ABCD의 둘레 길이}) &= 12 \times 2 + 8 \times 3 \\
&= 24 + 24 \\
&= 48(\text{cm})
\end{aligned}
$$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답: $\underline{56\,°}$

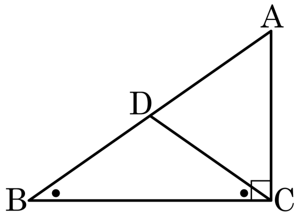
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 62°$

$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

6. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



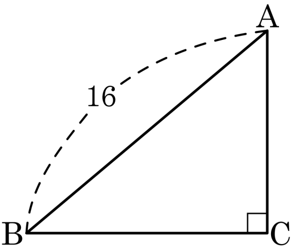
$\angle B =$ $\boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} =$ $\boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD +$ $\boxed{(다)}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° -$ $\boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B =$ $\boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

7. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

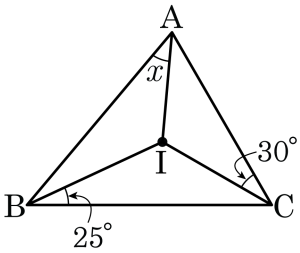


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20°　② 25°　③ 30°　④ 35°　⑤ 40°

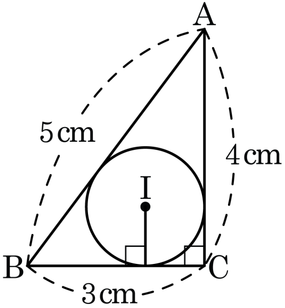
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 35°$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



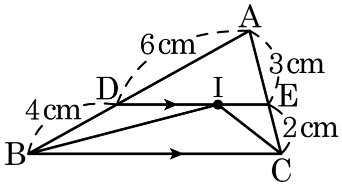
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

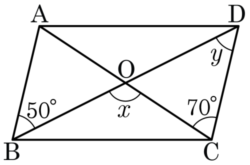


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x, \angle y$ 를 차례로 나타내면?



① $\angle x = 100°,\ \angle y = 50°$

② $\angle x = 100°,\ \angle y = 60°$

③ $\angle x = 110°,\ \angle y = 50°$

④ $\angle x = 110°,\ \angle y = 60°$

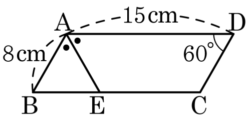
⑤ $\angle x = 120°,\ \angle y = 50°$

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB,\ \angle y = 50°$ 이고

$\angle x = \angle y + 70°,\ \angle x = 50° + 70° = 120°$ 이다.

12. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}, \overline{AD} = 15\text{cm}$ 이고 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

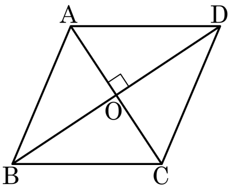
$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)

$\angle BAE = \angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} = \overline{BE} = 8(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 8 = 7(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



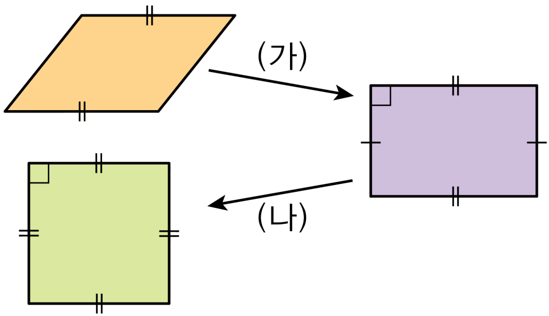
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 평행사변형 ABCD 는 마름모가 된다.

14. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 90°이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 90°이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90°이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

15. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

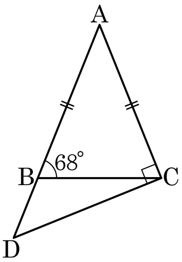
① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $46°$ ② $48°$ ③ $50°$ ④ $52°$ ⑤ $54°$

해설

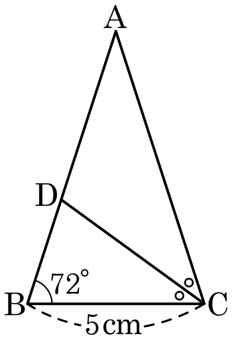
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = 180° - 2 \times 68° = 44°$

$\triangle ADC$ 에서

$\angle BDC = 180° - (44° + 90°) = 46°$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

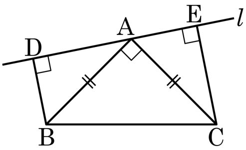


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

18. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4cm$, $\overline{EC} = 6cm$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



① $20cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $26cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $50cm^2$

해설

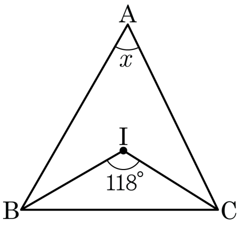
$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4cm$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6cm$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6)\times 10}{2} = 50(cm^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$

$= 50 - 12 - 12 = 26(cm^2)$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 118°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

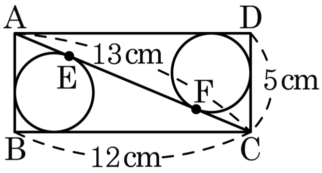
▷ 정답 : 56°

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 118°$$

$\therefore \angle x = 56°$

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{\mathrm{AE}}$ 를 x 라 하면

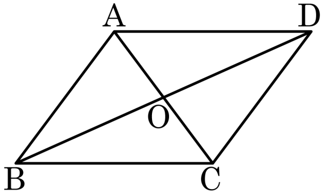
$(13 - x) + (5 - x) = 12 \cdots ㉠$

$\therefore x = 3(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}} = 3(\mathrm{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = 13 - (3 + 3) = 7(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

㉡ $\overline{AB} = \overline{DC}$

㉢ $\angle ADB = \angle ACB$

㉣ $\overline{AO} = \overline{CO}$

㉤ $\angle BAC = \angle ACD$

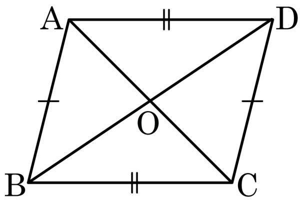
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

22. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\boxed{\quad\text{ㄴ}\quad}$

[결론] $\boxed{\quad\text{ㄱ}\quad}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠

$\overline{AD}=\boxed{\quad\text{ㄴ}\quad}$ (가정) ⋯ ㉡

$\boxed{\quad\text{ㄷ}\quad}$는 공통 ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\quad\text{ㄹ}\quad}$ 합동)

∠BAC = ∠DCA 이므로

$\boxed{\quad\text{ㄱ}\quad}\,/\!/\,\overline{DC}$ ⋯ ㉣

∠ACB = $\boxed{\quad\text{ㅁ}\quad}$ 이므로

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ ⋯ ㉤

㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

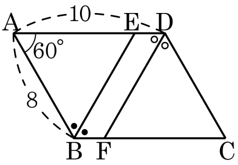
① ㄱ : $\overline{AB}$　　② ㄴ : $\overline{BC}$　　③ ㄷ : $\overline{AC}$

④ ㄹ : SAS　　⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, □BEDF 의 둘레의 길이를 구하여라.



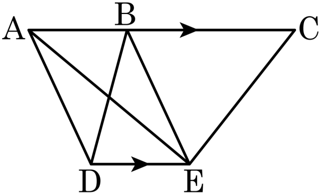
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA$(∵ 엇각)
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
□BEDF는 평행사변형이다.
∴ □BEDF 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

24. 다음 그림에서 □BDEC의 넓이는 40cm^2이고, △ADE의 넓이는 16cm^2일 때, △BEC의 넓이는?

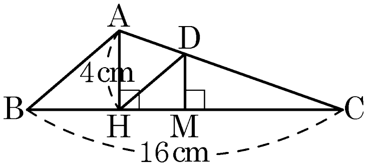


① 24cm^2　② 26cm^2　③ 28cm^2　④ 30cm^2　⑤ 32cm^2

해설

△ADE = △BDE,
△BEC = □BDEC − △BDE이므로
△BEC = $40 - 16 = 24(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

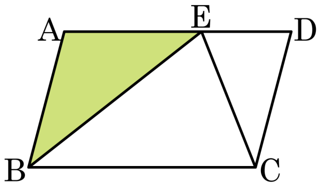
④ $14\,cm^2$ ⑤ $16\,cm^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면, $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로,

$\triangle DHC = \triangle AMC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = 16\ (cm^2)$

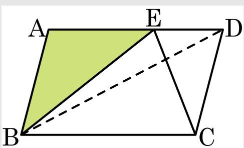
26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이고 $\square ABCD = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABE$의 넓이는?



① 18cm^2 ② 22cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 34cm^2

해설



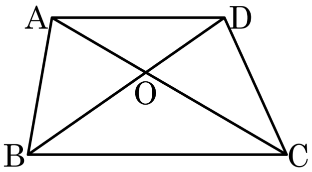
$\triangle BEC = \triangle BDC = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$

$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle BEC = 60 - 30 = 30(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ABE : \triangle DCE = 3 : 2$이므로

$\triangle ABE = \dfrac{3}{5} \times 30 = 18(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO = 18$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



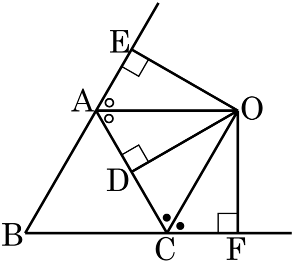
▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$\triangle ABO = \triangle DCO = 18$
또, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 27$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 18 + 27 = 45$

28. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



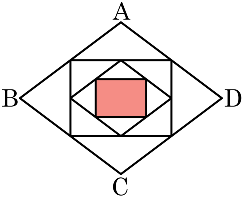
① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$
② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$
③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$
④ $\overline{CD} = \overline{CF}$
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동)이므로

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

29. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 계속하여 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 $12\mathrm{cm}^2$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

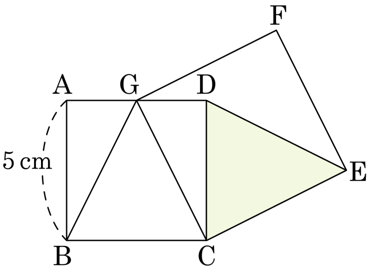
▷ 정답 : $96\,\mathrm{cm}^2$

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

마름모 ABCD 의 넓이는 $12 \times 2 \times 2 \times 2 = 96(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림에서 □ABCD 와 □CEFG 가 정사각형이고, $\overline{AB} =$ 5 cm 일 때 △DCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$ cm^2

해설

△BCG 와 △DCE 에서

$\overline{BC} = \overline{DC}$ (□ABCD 가 정사각형)

$\overline{CG} = \overline{CE}$ (□CEFG 가 정사각형)

$\angle BCG = 90° - \angle GCD = \angle DCE$

$\therefore$ △BCG ≡ △DCE (SAS 합동)

△DCE 의 넓이가 △BCG 의 넓이가 같으므로

$\triangle DCE = \triangle BCG = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2} (cm^2)$