1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $2(x-3) = -x+5+3x$ ② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.

③ x가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다. ④ $x^2 + 4x - 5 = 0$

⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤
거짓인 명제 : ①, ②
④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

2. 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 조건 '$x^2 - 6x + 8 = 0$' 의 진리집합은 $\{2,\ 3\}$ 이다.

② 조건 'x 는 소수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 이다.

③ 조건 'x 는 4 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 2,\ 4\}$ 이다.

④ 조건 '$0 \le x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$ 이다.

⑤ 조건 'x 는 6 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3\}$ 이다.

해설

① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$, 따라서, 진리집합은 $\{2,\ 4\}$

② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2,\ 3,\ 5\}$

③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 4\}$

④ $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$

⑤ 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

3. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.

④ $|x+y| = |x-y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
④ $|x+y| = |x-y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x+y)^2 = (x-y)^2 \leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

4. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \to q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$　② $P \cup Q$　③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$　⑤ $Q - P$

해설

$p \to q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

5. 전체집합을 $U = \{-1,\ 0,\ 1\}$이라 할 때, 전체집합 U에 대하여 다음 중 참인 명제는?

① 모든 x에 대하여 $x^2 > 1$이다.

② 임의의 x, y에 대하여 $x + y \le 1$이다.

③ 어떠한 x에 대하여도 $x^2 + 2x \ge -1$ 이다.

④ 적당한 x, y에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$이다.

⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x가 존재한다.

해설

① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제 는 거짓이다.
② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \ge 1$ 이므로 주 어진 명제는 거짓이다.
③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \ge 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \le 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \ge x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

6. 명제 '$x-2=0$ 이면 $x^2-ax+6=0$ 이다.' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

명제 '$x-2=0$ 이면 $x^2-ax+6=0$ 이다.' 가 참이 되려면 $2^2-2a+6=0$ 을 만족해야 한다.

$2^2-2a+6=0$, $2a=10$

$\therefore a=5$

7. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R라고 하면 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

① $r \to p$ ② $\sim p \to \sim q$ ③ $\sim p \to \sim r$

④ $\sim r \to \sim p$ ⑤ $\sim q \to \sim r$

해설

$P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 이면
$Q \subset P, R \subset Q$ 이므로 $q \to p$, $r \to q$ 가 참
$R \subset Q \subset P$ 이므로 $r \to p$ 가 참
$Q \subset P, R \subset Q$ 이면 $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$ 이므로 $\sim p \to \sim q$, $\sim q \to \sim r$ 이 참

해설

'주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여 $q \to p$, $r \to q$ 가 참이면 $\sim p \to \sim q$, $\sim q \to \sim r$ 가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.