

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

①  $2(x-3) = -x+5+3x$

②  $x > -1$ 이면  $x > 0$ 이다.

③  $x$ 가 실수이면  $x^2 \geq 0$ 이다.

④  $x^2 + 4x - 5 = 0$

⑤  $x = 2$ 이면  $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우  $x = -5$  또는  $x = 1$  일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

2. 전체집합이  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ ' 의 진리집합은  $\{2, 3\}$  이다.
- ② 조건 ' $x$  는 소수이다.'의 진리집합은  $\{1, 3, 5\}$  이다.
- ③ 조건 ' $x$  는 4 의 약수이다.'의 진리집합은  $\{0, 1, 2, 4\}$  이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$  이고  $x \neq 2$  이다.'의 진리집합은  $\{0, 1, 3\}$  이다.
- ⑤ 조건 ' $x$  는 6 의 약수이다.'의 진리집합은  $\{1, 2, 3\}$  이다.

### 해설

- ①  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$  또는  $x = 4$   
 , 따라서, 진리집합은  $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은  $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은  $\{1, 2, 4\}$
- ④  $x = 0, 1, 2, 3$  이고  $x \neq 2$  이므로 진리집합은  $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은  $\{1, 2, 3, 6\}$

3. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

①  $x^2 = 1$  이면  $x^3 = 1$  이다.

②  $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③  $|x| > 0$  이면  $x > 0$  이다.

④  $|x + y| = |x - y|$  이면  $xy = 0$  이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

#### 해설

①  $x = -1$  이면  $x^2 = 1$  이지만  $x^3 = -1$  이므로 거짓인 명제이다.

②  $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$  이므로 거짓인 명제이다.

③  $x = -2$  이면  $|-2| = 2 > 0$  이지만  $-2 < 0$  이므로 거짓인 명제이다.

④  $|x + y| = |x - y|$  의 양변을 제곱하면  $(x + y)^2 = (x - y)^2$   
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$  따라서, 참인 명제이다.

⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

4. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때, 명제  $p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

①  $P \cap Q$

②  $P \cup Q$

③  $P^c \cup Q^c$

④  $P - Q$

⑤  $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이려면  $P$  의 원소 중에서  $Q$  의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은  $P \cap Q^c = P - Q$

5. 전체집합을  $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합  $U$ 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의  $x, y$ 에 대하여  $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한  $x$ 에 대하여도  $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한  $x, y$ 에 대하여  $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤  $x^2 + x < x^3$  인  $x$ 가 존재한다.

#### 해설

- ① 반례 :  $x = 0$  일 때  $x^2 = 0$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 :  $x = y = 1$  일 때  $x + y = 2 \geq 1$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$  이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든  $x, y$ 에 대하여  $x^2 - y^2 \leq 1$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 + x \geq x^3$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.

6. 명제 ' $x - 2 = 0$  이면  $x^2 - ax + 6 = 0$  이다.' 가 참이 되도록 하는 상수  $a$  의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

명제 ' $x - 2 = 0$  이면  $x^2 - ax + 6 = 0$  이다.' 가 참이 되려면  $2^2 - 2a + 6 = 0$  을 만족해야 한다.

$$2^2 - 2a + 6 = 0, 2a = 10$$

$$\therefore a = 5$$

7. 세 조건  $p, q, r$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q, R$  라고 하면  $P \cup Q = P, Q \cap R = R$  인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

①  $r \rightarrow p$

②  $\sim p \rightarrow \sim q$

③  $\sim p \rightarrow \sim r$

④  $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤  $\sim q \rightarrow \sim r$

해설

$P \cup Q = P, Q \cap R = R$  이면

$Q \subset P, R \subset Q$  이므로  $q \rightarrow p, r \rightarrow q$  가 참

$R \subset Q \subset P$  이므로  $r \rightarrow p$  가 참

$Q \subset P, R \subset Q$  이면  $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$  이므로  $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$  이 참

해설

'주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여  $q \rightarrow p, r \rightarrow q$  가 참이면  $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$  가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.