

1. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것을 모두 고르면?

① $72 = 2^3 \times 3^2$

② $60 = 2^3 \times 3 \times 5$

③ $54 = 2^2 \times 3^2$

④ $108 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $168 = 2^4 \times 7$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

③ $54 = 2 \times 3^3$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

2. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

3. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2+1)(n+1) = 24$$

$$n+1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

4. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

5. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉢ 1 은 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

6. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

- ① 129 ② 672 ③ 501 ④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

7. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

- ① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수
④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$
이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를
고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{27} \times 2^{23} = 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4$
 $= (5 \times 2)^{23} \times 625$
 $= 10^{23} \times 625$
따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

8. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

9. 2^2 , 2×3^2 , 3×7 의 공배수 중에서 200 이상 300 이하인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$ 이므로 공배수는 252의 배수이다. 그 중 200 이상 300 이하인 수는 252 이다.

10. 보람이는 친구들에게 금붕어 12마리와 거북이 18마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.
되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇명인가?

- ① 2명
- ② 3명
- ③ 4명
- ④ 5명
- ⑤ 6명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12와 18의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12와 18의 최대 공약수이어야 한다.

2) 12 18

3) 6 9

2 3

∴ 2 × 3 = 6명

11. 가로 길이가 10cm, 세로 길이가 6cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15 개

해설

조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 10 과 6
의 최소공배수이므로

10 과 6 의 최소공배수를 구하면 30 이다.

필요한 타일의 개수는

$(30 \div 10) \times (30 \div 6) = 3 \times 5 = 15$, 즉 15 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.

12. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

13. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30
공약수 중 소수 : 2, 3, 5
(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

14. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 120cm 인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

72, 96, 120의 최대공약수는 24이므로 만들 수 있는 정육면체의 모서리의 길이는 (24의 약수)cm 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이가 길수록 정육면체의 개수는 적으므로 한 모서리의 길이는 24(cm) 이다.
∴ (정육면체의 갯수)
= $(72 \div 24) \times (96 \div 24) \times (120 \div 24)$
= $3 \times 4 \times 5 = 60$ (개)

15. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,
 $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.

16. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1} \text{이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

19. 두 자연수 $84 \times a$ 와 $2^2 \times 7 \times 10 \times a$ 의 공약수가 12 개일 때 최소의 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a$, $2^2 \times 7 \times 10 \times a = 2^3 \times 5 \times 7 \times a$
두 수의 최대공약수는 $2^2 \times 7 \times a$,
공약수의 개수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $2^3 \times 7^2$ 또는 $2^2 \times 7^3$ 또는 $2^2 \times 7 \times x$ (단, x 는 2, 7 이 아닌 소수) 이다.
최소의 a 값이므로 $a = 3$ 이다.

20. 24, 36, x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$ 또는 $x = 2^3 \times 3 \times n$,
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.

$\rightarrow x = 60, x = 120$

$\therefore$ (세 자연수의 합) = 120, 180