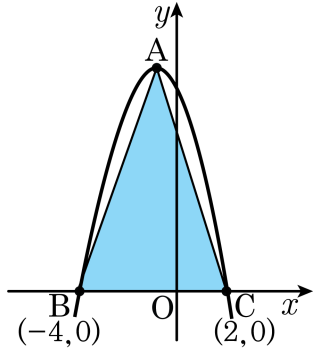


1. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 24 ⑤ 27

해설

A(-1, 9), B(-4, 0), C(2, 0) 이므로 $\triangle \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

2. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x 축은 $y = 0$ 일 때의 값이므로

$$2x^2 - 12x = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

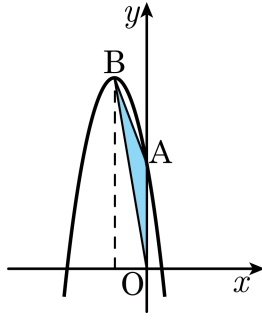
$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

$$B(0, 0), C(6, 0)$$

$$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2 + 6 \text{ 이므로 꼭짓점은 } (3, 6) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ 이다.}$$

3. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



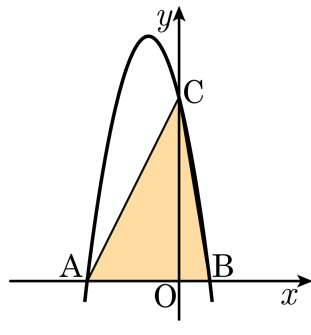
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x + 3)^2 + 17$ 이므로 B(-3, 17)

A(0, 8)이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 4x + 12$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 72

해설

점 A, B 의 x 좌표는 그래프의 x 절편, 따라서 $0 = -x^2 - 4x + 12$ 의 두 근이다.

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6, 2$$

$\therefore A(-6, 0), B(2, 0)$ 이고 $\overline{AB} = 6 - (-2) = 8$ 이다.

점 C 는 y 절편이므로 $C(0, 12)$ 이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(3, -9)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

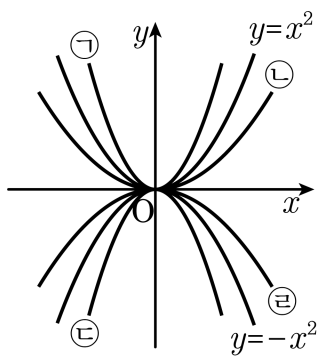
6. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(-2, 4)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

7. 다음 그림에서 $y = -2x^2$ 에 해당하는 그래프는?



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

8. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 점 $(0, 0)$ 을 지난다.
 - ② $a < 0$ 이면 $y > 0$ 이다.
 - ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 - ④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $a < 0$ 일 때, $x > 0$ 이면 x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

해설

$a < 0$ 이면 $y \leq 0$ 이다.

9. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

점 $(-3, -9)$ 를 지난다.

10. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

- ㉠ $(0, 0), y, x < 0, x > 0$
- ㉡ $(0, 0), y, x > 0, x < 0$
- ㉢ $(0, 0), x, x < 0, x > 0$
- ㉣ $(1, -1), y, x > 0, x < 0$
- ㉤ $(0, 0), x, x > 0, x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0, 0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일
때, y 는 감소한다.

11. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

- 가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
다. $y = -2x^2 + x - 3$
라. $y = (x-1)^2 + 1$

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(6, -14)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ &= \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14 \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4 \\ m &= -6, \quad n = 4 \\ \therefore m + n &= -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

14. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

15. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① 아래로 볼록하다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
 - ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
 - ⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

16. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + mx + n \\&= (x - 3)^2 - 7 \\&= x^2 - 6x + 2\end{aligned}$$

$$m = -6, n = 2$$

$$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$$

17. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ② 제3 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.
 - ④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

- ② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

18. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
- ④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이다.

19. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 위로 볼록하다.
- ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
- ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 2(x - 2)^2 - 6$$

20. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ② 제3 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.
 - ④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x - 1)^2 - 3 \end{aligned}$$

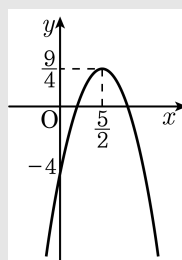
- ② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

21. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 5x - 4 \\ &= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$



22. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면
- ② 제 2사분면
- ③ 제 3사분면
- ④ 제 4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$-2 < 0, \quad -7 < 0$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에 제 1 사분면을 지나지 않는다.

23. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 2)^2$ 전개하면

$y = 3(x^2 - 4x + 4)$

$y = 3x^2 - 12x + 12$

$a = 3, b = -12, c = 12$

$\therefore a - b + c = 3 + 12 + 12 = 27$

24. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

25. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = -5$$

$$\therefore a + b = 2 + (-5) = -3$$

26. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\&= 2(x^2 + 2x) - 1 \\&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\&= 2(x+1)^2 - 3\end{aligned}$$

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore p + q = -4$$

27. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

28. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

축의방정식 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 2mx - 6 \\ &= -2\left(x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{4}\right) - 6 \\ &= -2\left(x - \frac{m}{2}\right)^2 + \frac{m^2}{2} - 6 \end{aligned}$$

$$\frac{m}{2} = 1$$

$$\therefore m = 2$$

29. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2, 16 = (k+1)^2, k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

30. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

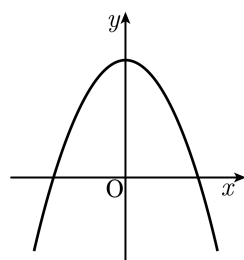
$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

31. 이차함수 $y = -ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?

- ① $a < 0, b > 0$ ② $a > 0, b > 0$
③ $a > 0, b < 0$ ④ $a < 0, b = 0$
⑤ $a < 0, b < 0$



해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a > 0, b > 0$ 이 옳다.

32. $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 5x^2$

② $y = -5x^2$

③ $y = 5x^2 - 5$

④ $y = -5x^2 + 4$

⑤ $y = 5x^2 + 4$

해설

$y = 5x^2 + 4$

33. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.
- ② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.
- ⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

34. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면

$y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k \\ &= 2(x + 1)^2 - 2 + k \end{aligned}$$

$$\therefore -2 + k = 0, k = 2$$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.

$$D = 4^2 - 8k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

35. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

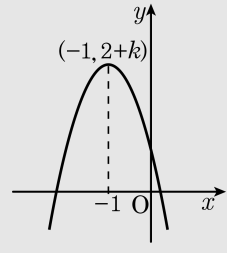
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$

$\therefore k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$

36. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

37. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

38. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 옳게 설명한 것은?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \ y = -2(x+3)^2 - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \ y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \ y = x^2 + 3$$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉤이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉤이다.
- ④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

해설

- ① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
- ④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉢의 폭이 가장 넓다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉣이다.

39. 이차함수 $y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y = \frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(7, a)$ 를 대입하면 $a = \frac{5}{4} \times 4^2 = 20$ 이다.

40. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

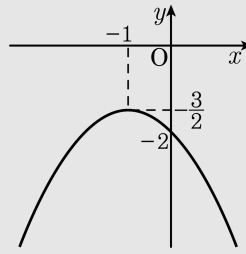
41. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



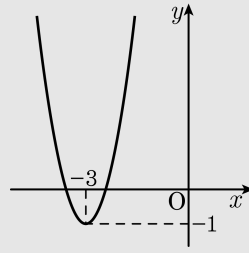
42. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



43. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 9 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\&= 2(x + 1)^2 + 7\end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

44. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

45. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

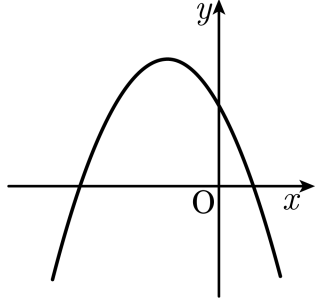
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x-m)^2 + n \text{이므로} \\ y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \\ \therefore m &= -1, n = -3 \\ \therefore m + n &= (-1) + (-3) = -4 \end{aligned}$$

46. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

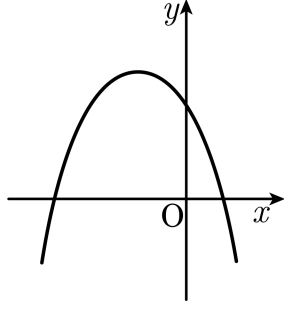
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

47. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?

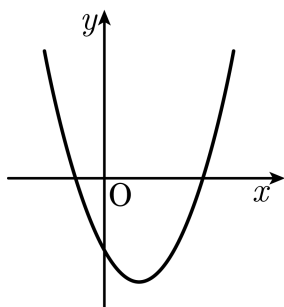


- ① $a > 0, p > 0, q > 0$
- ② $a < 0, p < 0, q < 0$
- ③ $a > 0, p < 0, q < 0$
- ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
- ⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

48. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?

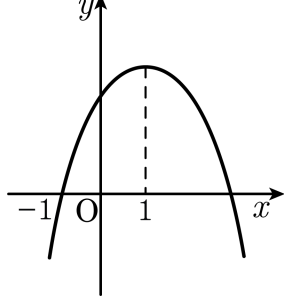


- ① $a > 0, c < 0$ ② $a > 0, c > 0$ ③ $a < 0, c > 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래프이므로 $a > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

49. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

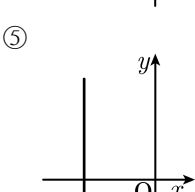
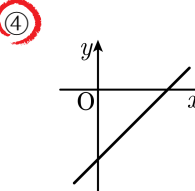
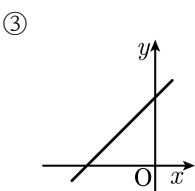
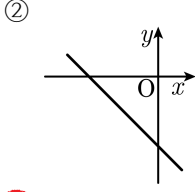
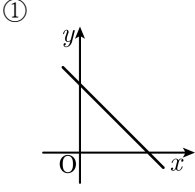
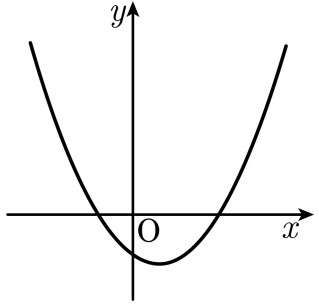


- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

50. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,
 $ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y 절편은 음수이다.

51. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

52. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = -3(-x-1)^2 + 2$$

$$y = -3(x+1)^2 + 2$$

점 $(-1, k)$ 를 대입하면

$$-3(-1+1)^2 + 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

53. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (2, 2)

② (2, -1)

③ (2, 0)

④ (2, -2)

⑤ (2, 1)

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$

$y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)

54. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

55. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어 지는 것은?

① $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$

② $y = -3x^2 - 2x + 1$

③ $y = 3x^2 + 1$

④ $y = x^2 + 1$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.