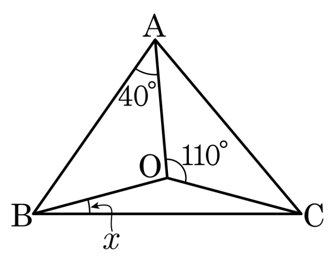
1. 다음 $\triangle$ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



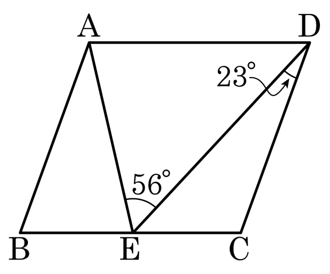
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle \mathrm{AOC}$ 에서 $\angle \mathrm{OAC} = \angle \mathrm{OCA}$, $\angle \mathrm{AOC} + \angle \mathrm{OAC} + \angle \mathrm{OCA} = 180°$, $\angle \mathrm{OCA} = 35°$

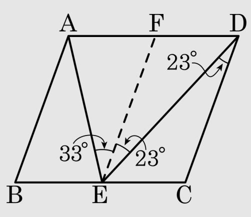
$\angle \mathrm{OAB} + \angle \mathrm{OCA} + \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

2. 평행사변형 ABCD 가 다음 그림과 같이 주어졌을 때, $\angle BAE$ 의 크기를 구하면?



① 23° ② 25° ③ 28° ④ 33° ⑤ 35°

해설



점 E 에서 $\overline{AB}$ 와 평행하도록 평행선을 그어 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 하면 $\angle DEF = 23°$

따라서 $\angle EAB = \angle FEA = 56° - 23° = 33°$

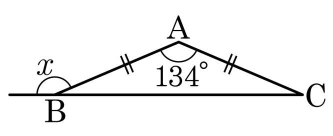
3. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 모든 직사각형은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.
② 모든 마름모는 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 모든 정사각형은 직사각형이고, 모든 직사각형은 평행사변형이다.
④ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 평행사변형이다.
⑤ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 직사각형이다.

해설

마름모의 일부는 직사각형이 아니고, 직사각형의 일부는 마름모가 아니다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 134°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : __________ °

▷ 정답 : 157°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \dfrac{1}{2}(180° - 134°) = 23°$

$\therefore \angle x = 180° - 23° = 157°$

5. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

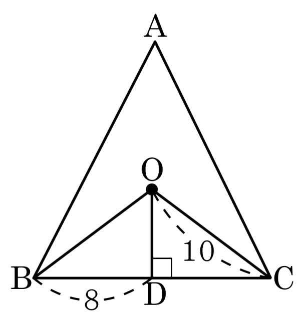
> [가정]$\angle AOP =$ (㉠),
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP =$ (㉠) ⋯ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$　② ㉡$\overline{PA}$　③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$　⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{\mathrm{OB}}$ 의 길이는?

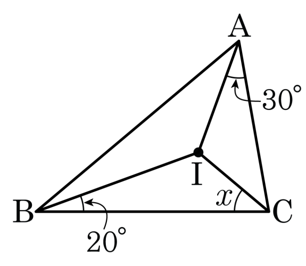


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{OB}} = 10$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때 (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

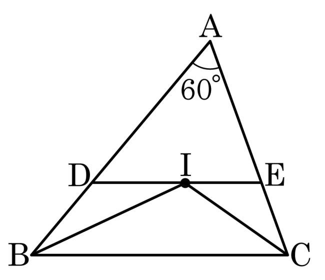
▷ 정답 : 40

해설

$30^\circ + 20^\circ + \angle x = 90^\circ$

$\therefore\ \angle x = 40^\circ$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\angle BDI + \angle CEI = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = x^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = y^\circ$ 라고 두면

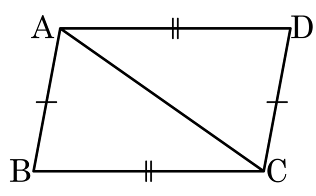
$2\angle x + 2\angle y + 60^\circ = 180^\circ$, $2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이다.

또, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle ICB = \angle EIC$ 이므로 $\triangle$DBI 와 $\triangle$EIC 는 이등변삼각형이다.

따라서 두 삼각형 $\triangle$DBI 와 $\triangle$EIC 의 내각의 크기의 합은 $2\angle x + 2\angle y + \angle BDI + \angle CEI = 180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 이고,

$2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이므로 $\angle BDI + \angle CEI = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ 이다.

9. 다음은 ‘두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



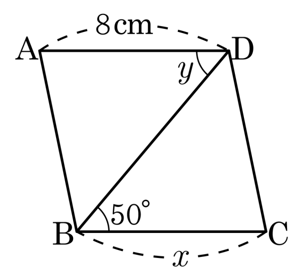
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) $\cdots$ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\overline{AB} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DC}$ $\cdots$ ㉣
$\angle ACB = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$ $\cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

10. 다음 □ABCD가 평행사변형이 될 때, x와 y의 값을 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▶ 답: ______ °

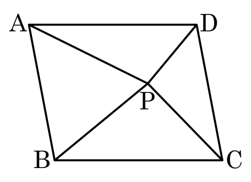
▷ 정답: $x = 8$ cm

▷ 정답: $\angle y = 50°$

해설

$x = 8\text{cm}$, $\angle y = 50°$

11. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30이고 △ABP 의 넓이가 10일 때, △PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

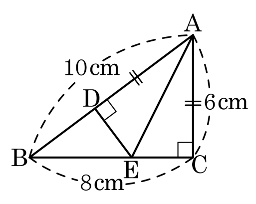
$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$
$30 = 2 \times (10 + \triangle PCD)$
$\therefore \ \triangle PCD = 5$

12. 다음 중 직사각형이 아닌 것은?

① 네 각의 크기가 모두 $90°$ 인 사각형
② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형
③ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형
⑤ 한 각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형

해설
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

13. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?

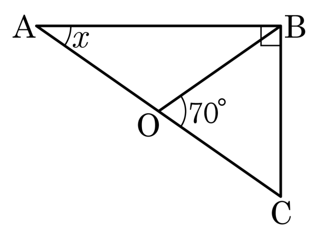


① $\frac{1}{3}$ 배
② $\frac{1}{2}$ 배
③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배
⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD} = 4\text{cm}$
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE} + \overline{BE} = \overline{EC} + \overline{BE} = \overline{BC} = 8\text{cm}$ 이므로
$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$= 4 + 8 = 12(\text{cm})$
$\triangle ABC = 10 + 8 + 6 = 24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

14. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

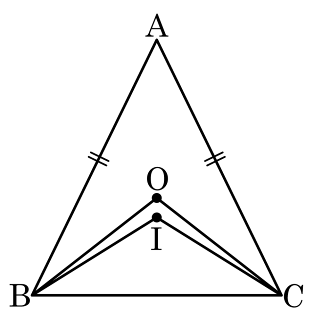
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle AOB = 180° - \angle COB = 110°$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 35°$

15. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 104°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 6 °

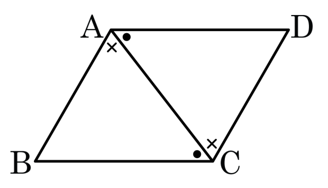
해설

$\angle BOC = 104°$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 104°) \times \frac{1}{2} = 38°$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104° \times \frac{1}{2} = 52°$ 이므로 $\angle ABC = (180° - 52°) \times \frac{1}{2} = 64°$ $\therefore \angle IBC = 32°$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6°$

16. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

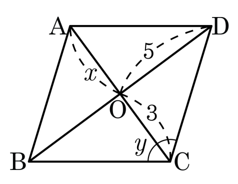
17. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 12$, $\angle ADB = 34°$ 일 때, 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

① $\overline{CD} = 12$, $\angle CBD = 56°$
② $\overline{AD} = 12$, $\overline{CD} = 8$
③ $\overline{CD} = 10$, $\angle ABC = 56°$
④ $\overline{AD} = 10$, $\angle ABD = 34°$
⑤ $\overline{AD} = 12$, $\angle CBD = 34°$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73^\circ$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle y = 73^\circ$　　② $x = 3$

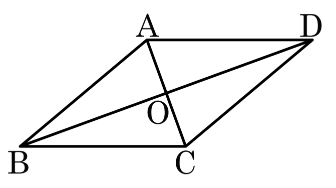
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$　　④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73^\circ$

해설

① $180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$

19. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$

② $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle D = 70°$

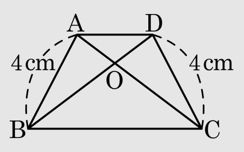
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

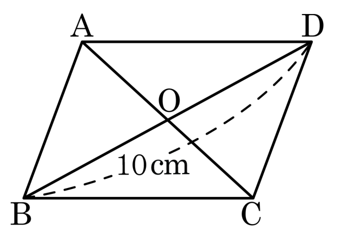
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C = 110°$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

20. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



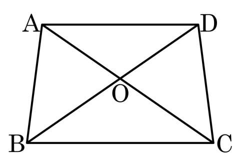
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$　　② $\angle ABC = \angle DCB$

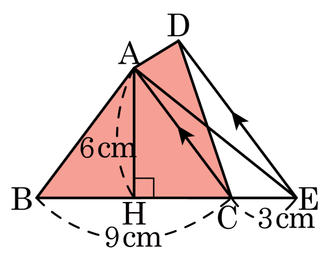
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$　　④ $\overline{AD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC = \triangle DCB$ (SAS 합동) 이고 $\triangle OAD$는 이등변삼각형이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① $18cm^2$　② $24cm^2$　③ $27cm^2$

④ $30cm^2$　⑤ $36cm^2$

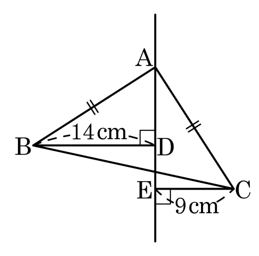
해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

23. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14cm$, $\overline{CE} = 9cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



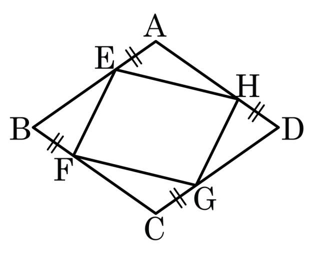
① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14cm$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9cm$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(cm)$

24. 다음 그림에서 □ABCD는 마름모이다. $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$일 때, □EFGH는 어떤 사각형인가?



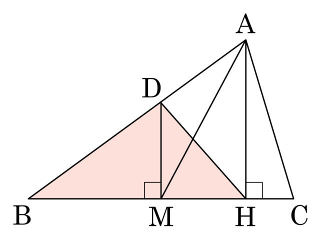
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)
$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$(SAS합동)
$\therefore \overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$이므로
□EFGH는 평행사변형이다.

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DM} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM} = 5$, $\overline{AH} = 6$이라 할 때, $\triangle DBH$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,cm^2$

해설

$\overline{DM}$과 $\overline{AH}$는 한 직선 $\overline{BC}$에 수직인 두 직선이므로 $\overline{DM} \,//\, \overline{AH}$
밑변이 공통이고 높이가 같으므로
$\triangle DMH = \triangle DMA$
$\therefore \triangle DBH = \triangle DBM + \triangle DMH = \triangle BMA$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이고 한 꼭짓점이 A에서 만나므로 $\triangle BMA = \triangle AMC$

$\therefore \ \triangle DBH = \triangle AMC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(cm^2)$