

1. 점 $(2, -4)$ 를 지나고 직선 $x - 2y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 1$

② $y = -2x + 1$

③ $y = -x + 2$

④ $y = x - 2$

⑤ $y = -2x$

해설

$$2y = x - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식의
기울기는 -2 이고 점 $(2, -4)$ 를 지나므로
 $y + 4 = -2(x - 2)$, $y = -2x$

2. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 $P(x_1)$ 라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 $Q(x_2)$ 라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $\overline{PQ} = 12 - 4 = 8$

3. 두 점 (1, 2), (2, 1)을 지나고, x 축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

① 4

② 5

③ $4\sqrt{2}$

④ 6

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이라 하면

(1, 2), (2, 1)을 지나므로

$$(1-a)^2 + (2-b)^2 = b^2, (2-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$$

$$1 - 2a + a^2 + 4 - 4b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4 - 4a + a^2 + 1 - 2b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \times 2 - \textcircled{㉠}$$

$$a^2 - 6a + 5 = 0, (a-1)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

i) $a = 1$ 이면 ① 에서 $b = 1$

ii) $a = 5$ 이면 ① 에서 $b = 5$

$\therefore$ 두 원의 중심은 (1,1), (5,5) 이다.

중심거리

$$= \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

4. 점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대해 대칭 이동시킨 후, 다시 x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 후, $y = x$ 에 대해 대칭이동 시켰더니 $(b, 1)$ 이 되었다. 이 때, 상수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(-1, 2)$ 을 원점대칭이동 $\rightarrow (1, -2)$

x 축 방향으로 a 만큼 평행이동 $\rightarrow (1 + a, -2)$

x 축에 대해 대칭이동 $\rightarrow (1 + a, 2)$

$y = x$ 에 대해 대칭이동 $\rightarrow (2, 1 + a)$

따라서 $b = 2, 1 + a = 1, a = 0$ 이므로 $a + b = 2$

5. 두 점 A(3,4), B(2,5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ -1

④ 3

⑤ 0

해설

중점이 $y = ax + b$ 위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분AB 와 $y = ax + b$ 는 서로 수직이므로,

$$\text{선분AB 의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

따라서, $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$