

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x+1) = x(x+1)$

④ $x^2 = x(x-1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 3, x = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+2) &= x^2 - x - 6 \\ &= x^2 + ax + b = 0\end{aligned}$$

$$a = -1, b = -6$$

$$\therefore a + b = -7$$

3. 이차방정식 $x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, k 값과 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$9 + 3k + 4k - 2 = 0,$$

$$7k = -7, k = -1,$$

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$(x + 2)(x - 3) = 0,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore (-1) + (-2) = -3$$

4. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$ ② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$ ④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

5. $0 < x < 3$ 인 x 에 대하여, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는?

① $x = -3$

② $x = -2$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$0 < x < 3$ 이므로, 해는 2이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

- ① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{7}$$

8. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.
 ㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
 ㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
 ㉣ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)
 ㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0
 ㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2
 ㉣ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 \therefore 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

9. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$ ④ -5 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} \text{양변에 6을 곱하면 } & 3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2) \\ & x^2 - 6x - 7 = 0 \\ & (x - 7)(x + 1) = 0 \\ \therefore x = 7 \text{ 또는 } & x = -1 \\ \alpha = 7 \text{ 이므로 } & \frac{\alpha}{7} = 1 \end{aligned}$$

10. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} a+b &= t \text{로 놓으면} \\ t^2 - 20t + 96 &= 0 \\ (t-8)(t-12) &= 0 \\ t &= 8 \text{ 또는 } t = 12 \\ \therefore 8 + 12 &= 20 \end{aligned}$$

11. 실수 a, b 에 대하여 연산 \circ 를 $a \circ b = ab - a - 2b - 3$ 이라고 할 때, $(x-2) \circ (x+3) = -3$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답:

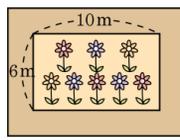
▷ 정답: -10

해설

$$\begin{aligned} & (x-2) \circ (x+3) \\ &= (x-2)(x+3) - (x-2) - 2(x+3) - 3 \\ &= x^2 - 2x - 13 \\ & x^2 - 2x - 13 = -3 \\ & x^2 - 2x - 10 = 0 \end{aligned}$$

따라서 만족하는 모든 x 의 값의 곱은 두 근의 곱과 같으므로 -10 이다.

12. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 돌레에 폭이 일정하고, 넓이가 80m^2 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 2m

해설

도로의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x + 10)\text{m}$, 세로의 길이가 $(2x + 6)\text{m}$ 의 곱이다.
 (길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) - (화단의 넓이) 이므로
 $(2x + 10)(2x + 6) - (6 \times 10) = 80$
 $4x^2 + 32x - 80 = 0$
 $x^2 + 8x - 20 = 0$
 $(x - 2)(x + 10) = 0$
 $\therefore x = 2\text{m}$ (단, $x > 0$)

13. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

14. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

15. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m+n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$