

1. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

① -9

② -13

③ -18

④ -22

⑤ -26

해설

$$1 < x + 5y < 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-10 < -2x - 10y < -2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$$

$$\text{그러므로, } -\frac{1}{3} < y < 4$$

그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$

이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면

$$(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$$

따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,

최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.

$$\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-6 < x \leq -1$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore -6 < x \leq -1$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는?

①

33

② 34

③ 35

④ 36

⑤ 37

해설

$$5x - 45 < 4x - 7, \quad x < 38$$

$$4x - 7 \leq 5x - 40, \quad 33 \leq x$$

$$\therefore 33 \leq x < 38$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

5. 다음 조건을 동시에 만족하는 x 의 범위는?

$$(가) \ 2x - y = -5$$

$$(나) \ -x < 2y < 3(x + 6)$$

$$① \ x > 8$$

$$② \ x < -2$$

$$③ \ -8 < x < -2$$

$$④ \ -2 < x < 8$$

$$⑤ \ -8 < x < 2$$

해설

$2x - y = -5 \Rightarrow y = 2x + 5$ 를 부등식에 대입하면,
 $-x < 2(2x + 5) < 3(x + 6)$

$$\begin{cases} -x < 2(2x + 5) \\ 2(2x + 5) < 3(x + 6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x < 4x + 10 \\ 4x + 10 < 3x + 18 \end{cases}$$

정리하면 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases}$ 이므로 $-2 < x < 8$ 이다.

6. 다음 두 일차부등식을 만족하는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}, \quad 0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$$

양변에 6 을 곱하면

$$2(x-2) + 6 \leq -2x + 9$$

$$4x \leq 9 - 2$$

$$x \leq \frac{7}{4}$$

$$0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

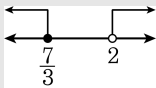
양변에 10 을 곱하면

$$2 - x > 10 - 5x$$

$$-x + 5x > 10 - 2$$

$$4x > 8$$

$$x > 2$$



∴ 해가 없다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} x - 4 > -5 \\ 1 + 3x < a \end{cases}$ 의 해가 $-1 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$x - 4 > -5 \Rightarrow x > -1$$

$$1 + 3x < a$$

$$3x < a - 1$$

$$x < \frac{a - 1}{3}$$

$$\frac{a - 1}{3} = 2, a - 1 = 6$$

$$\therefore a = 7$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 1 - 3x \geq -5 \\ 4x - a > 2(x - 2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 8$

② $a < 4$

③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$

④ $4 \leq a < 8$

⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$1 - 3x \geq -5, \quad 2 \geq x$$

$$4x - a > 2(x - 2), \quad x > \frac{a - 4}{2}$$

$$\text{해가 없으므로 } \frac{a - 4}{2} \geq 2, \quad a \geq 8$$

9. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 25

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라하면

$$69 < x-1 + x + x+1 \leq 72$$

$$69 < 3x \leq 72$$

$$23 < x \leq 24$$

$$\therefore x = 24$$

따라서 연속하는 세 자연수는 23, 24, 25 이다.

10. 200 원 짜리 자두와 500 원 짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

11. 어떤 직사각형의 세로의 길이가 가로 길이에서 1cm 을 더한 후 2배한 것과 같다고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만이고, 가로의 길이를 x cm 라 할 때, x 의 범위로 옳은 것은?

① $\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{31}{6}$

② $\frac{8}{3} < x \leq \frac{31}{6}$

③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$

④ $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$

⑤ $\frac{8}{3} \leq x$

해설

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 직사각형의 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2 \times 2(x+1)$ 이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \leq 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립

부등식으로 바꾸면
$$\begin{cases} 20 \leq 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases} \quad \text{이고 정리하면} \quad \begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$$

이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$ 이다.

12. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4개씩 넣으면 12개가 남고, 6개씩 넣으면 3개 이상 5개 미만이 남는다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 28 개

해설

묶음의 수를 x 묶음이라 하면

사탕의 수 : $(4x + 12)$ 개

$$6x + 3 \leq 4x + 12 < 6x + 5$$

$$\begin{cases} 6x + 3 \leq 4x + 12 \\ 4x + 12 < 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{7}{2} < x \leq \frac{9}{2} \text{ 에서 } x \text{ 는 자연수이어야 하므로 } x = 4$$

$\therefore$ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개)이다.

13. 여러 개의 4g 짜리 추 A 와 6g 짜리 추 B의 무게의 합은 0.1kg 이다.
A 의 개수는 B 의 개수보다 많고, B 의 개수의 2 배보다는 적을 때, 두 추의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

6g 짜리 추 B 의 개수가 b 개 있다고 하면

4g 짜리 추 A 는 $\frac{100 - 6b}{4}$ 개 있다.

따라서 $b < \frac{100 - 6b}{4} < 2b$ 에서

$$\frac{50}{7} < b < 10$$

$$\therefore b = 8, 9$$

추 A 의 개수인 $\frac{100 - 6b}{4}$ 가 자연수일 경우는 $b = 8$ 일 때이다.

따라서 추 A 의 개수는 13 개, 추 B 의 개수는 8 개

두 추의 개수의 합은 $13 + 8 = 21$ (개)

14. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 2$

② $a \geq 2$

③ $a < 2$

④ a 는 모든 실수

⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수

$a \neq 2$ 일 때,

$$(a-2)x^2 - 2(a-2)x + a+4 = 0 \cdots \textcircled{7} \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(a+4) = -6(a-2) \text{이므로}$$

i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수

ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{7}$ 의 근을

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.

$\therefore a$ 는 모든 실수

15. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면

$a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.

따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고

$a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

16. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$

⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{7}$

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, \quad k^2 - 10k + 16 \leq 0,$$

$$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

17. x 에 대한 부등식 $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 < k < 1$

② $-1 < k \leq 1$

③ $-1 \leq k < 1$

④ $-1 \leq k \leq 1$

⑤ $k \geq -1$

해설

i) $k = -1$ 일 때, $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $k \neq -1$ 일 때, $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 > 0$
이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면

$$k+1 > 0, k > -1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

또 이차방정식 $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라
할 때,

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 2(k+1) < 0$$

$$k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < 1 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 의 공통 범위를 구하면 $-1 < k < 1$

i), ii)에서 $-1 \leq k < 1$

18. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
 ③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
 ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로

$$(14x - 1)(10x - 1) < 0, \quad 140x^2 - 24x + 1 < 0$$

$$-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

$$\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots (가)$$

(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면

$$-4x^2 - 48x - 140 < 0$$

$$x^2 + 12x + 35 > 0, \quad (x + 7)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -7 \text{ 또는 } x > -5$$

19. 이차부등식 $ax^2 + bx + 3 < 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때,
 $-x^2 + bx + a \geq 0$ 의 해가 될 수 있는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 이므로 a 는 0 보다 작다

$$ax^2 + bx + 3 < 0 \Leftrightarrow a(x+1)(x-3) > 0$$

$$ax^2 - 2ax - 3a > 0$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$-x^2 + bx + a \geq 0$ 에 대입하면

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$(x-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = 1$$

20. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

21. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$(k+2)^2 - (2k^2 + 9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

22. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

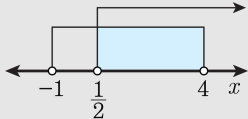
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

23. x 에 관한 방정식 $x^2 - 2kx + (k^2 - k) = 0$ 이 실근 α, β 를 갖고 $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 이 성립하기 위한 실수 k 의 범위를 구하면?

① $-1 \leq k \leq 4$

② $-1 \leq k \leq 5$

③ $0 \leq k \leq 4$

④ $0 \leq k \leq 5$

⑤ $-2 \leq k \leq 2$

해설

i) 실근을 가지므로

$$D \geq 0 \text{에서 } k \geq 0 \dots \textcircled{1}$$

ii) $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 에서

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 16$$

$$(2k)^2 - 4(k^2 - k) \leq 16$$

$$\therefore k \leq 4 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 \leq k \leq 4$$

24. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 1$

② $1 \leq a < 2$

③ $2 \leq a < 3$

④ $3 \leq a < 4$

⑤ $4 \leq a < 5$

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + 2 = (x - a)^2 - a^2 + a + 2$$

i) $D/4 = a^2 - a - 2 \geq 0, \quad a \leq -1 \text{ or } a \geq 2$

ii) $f(1) = 1 - 2a + a + 2 > 0 \quad \therefore a < 3$

iii) 대칭축 $x = a > 1$

i), ii), iii)에서 $2 \leq a < 3$

25. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근이 -1 과 2 사이에 있도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$

② $2 < a < \frac{5}{2}$

③ $-2 < a < 4$

④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$$D > 0 \text{에서 } D = a^2 - 4 > 0, (a - 2)(a + 2) > 0$$

$$\therefore a > 2 \text{ 또는 } a < -2$$

(ii) $f(-1) > 0$ 에서 $1 + a + 1 > 0$

$$\therefore a > -2$$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$$\therefore \frac{5}{2} > a$$

(iv) 대칭축이 -1 과 2 사이에 있어야 하므로

$$-1 < \frac{a}{2} < 2$$

$$\therefore -2 < a < 4$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서 $2 < a < \frac{5}{2}$