1. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha+\beta=10$
$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$로 놓으면
$f(4x-3)=a(4x-3-\alpha)(4x-3-\beta)=0$
$x=\dfrac{3+\alpha}{4}$, $\dfrac{3+\beta}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{6+\alpha+\beta}{4}=4$

2. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 \le 3x \\ x^2 + x \ge 2 \end{cases}$$ 의 해가 부등식

$ax^2 + 2bx - 6 \ge 0$의 해와 같을 때, ab의 값을 구하면?

① 8 ② 4 ③ 2 ④ -4 ⑤ -8

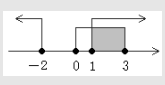
해설

$x^2 - 3x \le 0$, $x(x-3) \le 0$

$0 \le x \le 3$

$x^2 + x - 2 \ge 0$, $(x+2)(x-1) \ge 0$

$x \le -2, x \ge 1$



$(x-1)(x-3) \le 0$, $x^2 - 4x + 3 \le 0$

$\rightarrow -2x^2 + 8x - 6 \ge 0$

$a = -2, b = 4$

$\therefore ab = -8$

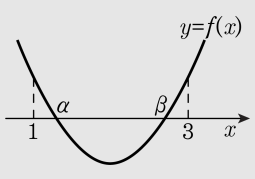
3. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면
$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \dfrac{13}{3}$

$\therefore\ a < \dfrac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
$x = \dfrac{a}{2}$ 이므로 $1 < \dfrac{a}{2} < 3$
$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \dfrac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \dfrac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

4. 다음 그림과 같이 두 점 A , B 가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB 를 2 : 3으로 내분하는 점을 D , 선분 AB 를 2 : 3 으로 외분하는 점을 E , 선분 AB 를 3 : 2 로 내분하는 점을 F , 선분 AB 를 3 : 2 로 외분하는 점을 G 라 하자. 점 D, E, F, G를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 점 E

▷ 정답: 점 D

▷ 정답: 점 F

▷ 정답: 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.

5. O(0, 0), A(1, 2), B(3, 2)일 때, 평행사변형 OABC의 넓이를 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

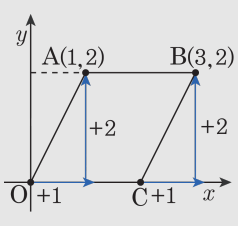
$\overline{OA} // \overline{CB}$, $\overline{OA} = \overline{CB}$이

점 A는 점 O를 x축 방향으로 1만큼, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 점 B도 점 C를 x축 방향으로 1만큼, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore$ C = (2, 0)

따라서 밑변이 2, 높이가 2이므로

(넓이) $= 2 \times 2 = 4$



6. 좌표평면 위에 세 점 A$(3,\ a)$, B$(b,\ 4)$, C$(a,\ b)$가 있다. 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표가 P$(b,\ a+3)$일 때, $\triangle$ABC의 무게중심의 좌표를 구하면?

① $(3,\ 2)$ ② $\left(\frac{4}{3},\ \frac{3}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{4}{3},\ 2\right)$

④ $(2,\ 2)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3},\ 2\right)$

해설

$\frac{3b+2\cdot 3}{3+2}=b,\ \frac{3\cdot 4+2\cdot a}{3+2}=a+3$ 이므로,

$3b+6=5b,\ 12+2a=5(a+3)$ 에서 $a=-1,\ b=3$

A$(3,\ -1)$, B$(3,\ 4)$, C$(-1,\ 3)$ 이므로

삼각형 ABC 의 무게중심을 G$(x,\ y)$ 라 하면

$x=\frac{3+3-1}{3}=\frac{5}{3}$, $y=\frac{-1+4+3}{3}=2$

$\therefore$ G$\left(\frac{5}{3},\ 2\right)$

7. 다음 그림과 같이 세 점 A(1, 5), B(−4, −7), C(5, 2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC가 있다. ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?

① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right)$

③ $(2, -1)$ ④ $\left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{4}\right)$

⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\overline{AB} = \sqrt{(1+4)^2 + (5+7)^2} = 13$

$\overline{AC} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-5)^2} = 5$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 13 : 5$

$\therefore \mathrm{D}\left(\frac{-20+65}{13+5}, \frac{-35+26}{13+5}\right) = \mathrm{D}\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

8. A $(1,1)$, B $(-2,-3)$, C $(k,k+1)$이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
$\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 기울기가 일치해야 한다.

$\therefore \dfrac{-3-1}{-2-1} = \dfrac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$

$\Rightarrow \quad \therefore k=4$

9. 다음 두 직선 $y=(2a+1)x-a+2$, $y=(a+2)x+2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$(2a+1)(a+2)=-1$
$2a^2+5a+3=0$
$(2a+3)(a+1)=0$
$\therefore\ a=-1$ 또는 $-\frac{3}{2}$

10. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k에 관하여 정리하면
$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1 - y) = 0$
k에 관한 항등식이므로
$x + 2 = 0,\ x^2 + x - 2 = 0,\ 1 - y = 0$
$\therefore x = -2,\ y = 1$
$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 1)$
$\therefore\ a = -2,\ b = +1$
$\therefore\ a + b = -1$

11. 점 $(3,4)$ 에서 직선 $2x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=3$

해설

$\frac{|2\times 3-4+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$ 이므로 $|2+k|=5$ 이다.

따라서 $k=3$ ($\because$ k 는 양수)

12. 평행한 두 직선 $12x-5y=3$, $12x-5y=29$ 사이의 거리를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 12 ⑤ 26

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점을 택한 후 나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$12x-5y=3$ 의 $\left(0,-\frac{3}{5}\right)$

$\therefore \dfrac{|12\times 0+(-\frac{3}{5})\times(-5)-29|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\dfrac{26}{13}=2$

13. 직선 $x+2y-1=0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

① $y-2x=-5$ ② $y-2x=-\sqrt{5}$ ③ $y+2x=5$

④ $y+2x=\sqrt{5}$ ⑤ $y+2x=-\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$-\frac{1}{2}m'=-1$ 에서 $m'=2$

따라서, 구하는 직선의 식은

$y=2x+n,\ 2x-y+n=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$d=\frac{|n|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5},$

$|n|=5,\ n=\pm 5$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y=2x+5$ 또는 $y=2x-5$

14. 점 (3, 4) 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$ 이므로, $|2 + k| = 5$ 이다.

따라서 $k = 3$ ($\because$ k 는 양수)

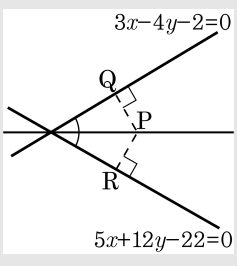
15. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a는 양수, a, b, c는 정수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm 5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

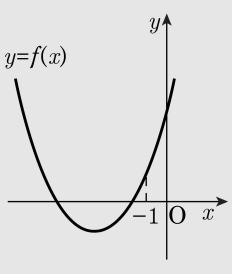
16. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\frac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

17. 이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $0 \le k < 7$　② $-1 \le k \le 2$　③ $-5 \le k \le -2$

④ $-7 < k \le -1$　⑤ $-7 < k \le -3$

해설

이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의
두 근이 모두 1 보다 크므로
$f(x)=x^2+2kx+6-k$ 로 놓으면
(i) $D \ge 0$ 이므로
$k^2+k-6 \ge 0$
$(k+3)(k-2) \ge 0$
$\therefore k \le -3, k \ge 2$
(ii) $x^2+2kx+6-k=(x+k)^2+6-k-k^2$ 에서
$-k > 1$
$\therefore k < -1$
(iii) $f(1) > 0$ 이므로
$1+2k+6-k > 0$
$\therefore k > -7$
따라서 (i), (ii), (iii) 에서
$\therefore -7 < k \le -3$

18. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$　② $m > -2$　③ $-2 < m < 2$

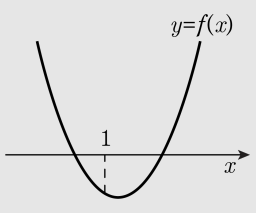
④ $m > 2$　⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$

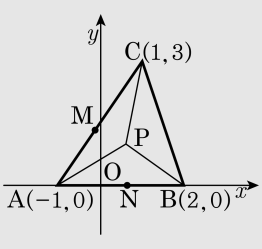


19. 좌표평면 위에 세 점 A$(-1,0)$, B$(2,0)$, C$(1,3)$이 있다. $\triangle$ABC의 내부의 점 P가 $\triangle$BPC $=$ $\triangle$APC $+$ $\triangle$APB인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle$ABC의 내부의 점이고
$\triangle$BPC $=$ $\triangle$APC $+$ $\triangle$APB 이므로



$\therefore$ $\triangle$BPC $= \frac{1}{2}\triangle$ABC

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 중점 M, N을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 M$\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$, N$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

20. 부등식 $|x^2+x+1| \le |x+2|$의 해는?

① $x \le -1$　② $-1 \le x \le 1$　③ $x \ge 1$

④ 해는 없다.　⑤ 모든 실수

해설

$x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$이므로

$|x^2+x+1|=x^2+x+1$

$x^2+x+1 \le |x+2|$에서

(i) $x<-2$일 때,

$x^2+x+1 \le -(x+2),\ x^2+2x+3 \le 0$

$(x+1)^2+2 \le 0$

그런데 $(x+1)^2>0$이므로 해는 없다.

(ii) $x \ge -2$일 때,

$x^2+x+1 \le x+2,\ x^2 \le 1$

$\therefore -1 \le x \le 1$

(i), (ii)에 의해 $\therefore -1 \le x \le 1$

21. 임의의 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2+2xy+2x+ay+b>0$이 성립할 a, b의 조건은? (단, a, b는 실수)

① $a=1,\ b>2$　② $a=1,\ b<2$　③ $a=2,\ b>1$

④ $a=2,\ b\geq 1$　⑤ $a=2,\ b\leq 1$

해설

준식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2+2(1+y)x+y^2+ay+b>0$ 이고
임의의 실수 x에 대하여 항상 성립하기 위해서는
$D/4<0$를 만족해야 한다.
$D/4=(1+y)^2-(y^2+ay+b)<0$
$\therefore (2-a)y+1-b<0\cdots$①
① 식이 모든 실수 y에 성립할 조건은
$(2-a)=0,\ \ 1-b<0,$
$\therefore a=2,\ \ b>1$

22. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 을 풀 때, 근우는 b 를 잘못보고 풀어서 $1 < x < 3$ 이라는 해를 얻었고, 기원이는 a 를 잘못보고 풀어서 $-2 < x < 4$ 이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

① $-1 < x < 2$ ② $-2 < x < 3$

③ $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$ ④ $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$
$\therefore a = -4$
$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$
$\therefore b = -8$
$x^2 - 4x - 8 < 0$
$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

23. 두 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$ 중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a<\frac{1}{2},\ 2<a$ ② $a\le 1,\ 3\le a$ ③ $a\le\frac{1}{2},\ 3<a$
④ $a\le\frac{1}{2},\ 2<a$ ⑤ $a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로
$\frac{D_1}{4}=a^2-(a+2)\ge 0$에서
$(a-2)(a+1)\ge 0,\ a\le -1,\ a\ge 2\cdots$ ①
또, $D_2=(a-1)^2-4a^2\ge 0$에서
$(3a-1)(a+1)\le 0,\ -1\le a\le\frac{1}{3}\cdots$ ②
따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한
a의 범위는 ① 또는 ②이므로
$a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

24. x가 실수일 때, 두 함수 $f(x)=x^2+2x-8$, $g(x)=x^2-19$ 에 대하여 부등식 $(f\circ g)(x)\le 0$ 을 만족하는 양의 정수 x 는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$g(x)=k$ 라고 하면

$(f\circ g)(x)\le 0 \Rightarrow f(k)\le 0$

$\Rightarrow -4\le k\le 2$

$\Rightarrow -4\le g(x)\le 2$

$\Rightarrow 15\le x^2\le 21$

$\therefore$ 양의 정수 $x=4$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 2 \le 0 \\ x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 x의 범위가 $1 < x \le 2$일 때, k의 범위는?

① $k > -1$ ② $k > 0$ ③ $k < -1$

④ $k < 1$ ⑤ $k > -2$

해설

$x^2 - x - 2 \le 0$ 에서

$(x+1)(x-2) \le 0 \quad \therefore -1 \le x \le 2 \cdots\cdots$ ㉠

$x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0$ 에서

$\{x - (k+2)\} \cdot (x-1) < 0 \cdots\cdots$ ㉡

i) $k + 2 < 1$ 이면

㉡의 해는 $k + 2 < x < 1$ 가 되므로

㉠, ㉡ 의 공통범위가 $1 < x \le 2$ 가 될 수 없다.

ii) $k + 2 > 1$ 이면

㉡의 해는 $1 < x < k + 2 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉢의 공통범위가 $1 < x \le 2$ 가 되려면

$k + 2 > 2 \quad \therefore k > 0$

26. x에 대한 이차방정식 $x^2+2ax+6-a=0$의 모든 실근이 모두 1보다 클 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $3 < a \le 7$　② $-3 \le a < 7$

③ $-7 < a \le -3$　④ $a \le 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $a < -7$ 또는 $a \ge -3$

해설

이차함수 $f(x)=x^2+2ax+6-a$의 그래프를 생각하면

$\frac{D}{4}=a^2-6+a \ge 0, \quad (a+3)(a-2) \ge 0$

$\therefore a \le -3,\ a \ge 2 \cdots$ ㉠

$f(1)=1+2a+6-a>0$

$\therefore a > -7 \cdots\cdots$ ㉡

대칭축 $x=-a$ 에서 $-a>1$

$\therefore a < -1 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢의 공통범위는 $-7 < a \le -3$

27. $|p|<2$를 만족하는 모든 실수 p에 대하여 부등식 $x^2+px+1>2x+p$가 성립하도록 하는 x의 값의 범위는?

① $x \le -3$, $x=-1$, $x \ge 1$　② $x \le -1$, $x=1$, $x \ge 3$

③ $x \le -3$, $x \ge 1$　④ $x \le -1$, $x \ge 3$

⑤ $-3 \le x \le -1$

해설

$x^2+px+1>2x+p$, $(x-1)p+x^2-2x+1>0$
$f(p)=(x-1)p+x^2-2x+1$이라 하면, $f(p)>0$이다.
$-2<p<2$에서 $f(p)>0$이기 위한 조건은 $f(-2) \ge 0$ 이고 $f(2) \ge 0$ 이어야 한다.
$f(-2) \ge 0$ 에서 $x^2-4x+3 \ge 0$
$\therefore\ (x-1)(x-3) \ge 0$
$\therefore\ x \le 1$, $x \ge 3 \cdots\cdots$ ㉠
$f(2) \ge 0$ 에서 $x^2-1 \ge 0$
$\therefore\ (x+1)(x-1) \ge 0$
$\therefore\ x \le -1$, $x \ge 1 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\therefore\ x \le -1$, $x=1$, $x \ge 3$
그런데 $x=1$ 일 때 $f(p)=0\cdot p+1^2-2\cdot 1+1=0$ 이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.
따라서 구하는 x값의 범위는 $x \le -1$, $x \ge 3$

28. 세 점 A(−1, 1), B(3, 1), C(4, 2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 외심을 O(a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

점 O에서 세 점 A(−1, 1), B(3, 1), C(4, 2)에 이르는 거리는 같으므로

$\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 에서 $2a+1 = -6a+9$

$\therefore\ a = 1$

$\overline{OB}^2 = \overline{OC}^2$ 에서 $-2b+5 = -4b+13$

$\therefore\ b = 4$

그러므로 $a+b = 5$

29. 세 변의 중점의 좌표가 $(-2,3),\ (3,-1),\ (5,4)$ 인 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,8),(-4,-2),(10,2)$　② $(0,8),(4,2),(10,0)$

③ $(-1,8),(4,2),(10,0)$　④ $(-1,-8),(4,-2),(10,-2)$

⑤ $(0,8),(-4,-2),(10,0)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각
$(x_1,y_1),\ (x_2,y_2),\ (x_3,y_3)$ 로 놓으면,

$\frac{x_1+x_2}{2}=-2,\ \frac{x_2+x_3}{2}=3,\ \frac{x_3+x_1}{2}=5$

$\therefore\ x_1+x_2=-4,\ \ x_2+x_3=6,\ \ x_3+x_1=10$

$\therefore\ x_1=0,\ \ x_2=-4,\ \ x_3=10$

$\frac{y_1+y_2}{2}=3,\ \frac{y_2+y_3}{2}=-1,\ \frac{y_3+y_1}{2}=4$

$\therefore\ y_1+y_2=6,\ \ y_2+y_3=-2,\ \ y_3+y_1=8$

$\therefore\ y_1=8,\ \ y_2=-2,\ y_3=0$

따라서 세 꼭짓점의 좌표는
$(0,8),(-4,-2),(10,0)$ 이다.

30. 세 도시 A, B, C 가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이 때 송전 비용을 최소로 하는 송전소의 위치는?

① 외심 ② 내심 ③ 수심

④ 무게중심 ⑤ 방심

해설

$A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$

송전소의 위치를 $D(x,\ y)$, 비용을 P 라고 하면

$$\begin{aligned} P &= k\{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2 \\ &\quad +(x-x_3)^2+(y-y_3)^2\} \\ &= k\left\{3\left(x-\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)^2\right. \\ &\quad \left.+3\left(y-\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)^2\right\} \\ &\quad -\frac{(x_1+x_2+x_3)^2}{3}-\frac{(y_1+y_2+y_3)^2}{3} \\ &\quad +k(x_1^2+x_2^2+x_3^2+y_1^2+y_2^2+y_3^2) \text{ 에서} \end{aligned}$$

$x=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}$ 일 때

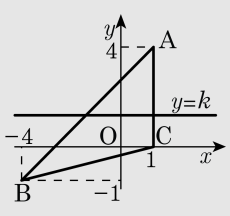
즉 $\triangle ABC$ 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.

31. 좌표평면 위의 세 점 $A(1,4)$, $B(-4,-1)$, $C(1,0)$을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$의 넓이를 직선 $y=k$가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4-\sqrt{5}$ ② $4-\sqrt{6}$ ③ $4-\sqrt{7}$

④ $4-2\sqrt{2}$ ⑤ $4-\sqrt{10}$

해설



$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$

$\overline{AB}$ 의 방정식을 구하면, $y=\frac{-1-4}{-4-1}(x-1)+4$

$\Rightarrow \quad y=x+3$

$\therefore \quad y=k$와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 $(k-3,\ k)$, $(1,\ k)$

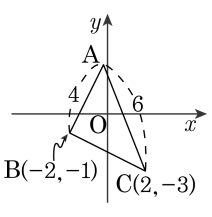
$\Rightarrow$이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$\frac{1}{2}\times(1-(k-3))\times(4-k)=5$

방정식을 풀면, $k=4\pm\sqrt{10}$

$\therefore\ k=4-\sqrt{10}\ (\because\ k<4)$

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=6$, B$(-2,\ -1)$, C$(2,\ -3)$이고 점 A에서 $\overline{BC}$에 선을 그었을 때, $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 점을 D라 하자. 선분 AD의 길이는?



① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{21}$

해설

점 D가 $\overline{BC}$의 중점일 때
$\triangle ABD=\triangle ACD$가 되어 넓이를 이등분한다.

이 때, 점 D의 좌표는 D$\left(\frac{-2+2}{2},\ \frac{-1-3}{2}\right)$

$\therefore$ D$(0,\ -2)$

또, $\overline{BD}=\sqrt{(0+2)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{5}$이고

점 D가 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AD}^2+\overline{BD}^2)$이 성립한다.

즉, $4^2+6^2=2(\overline{AD}^2+5)$

$\overline{AD}^2+5=26,\ \overline{AD}^2=21$

$\therefore\ \overline{AD}=\sqrt{21}$

33. 점 A$(3,\ -1)$과 직선 $x+y-3=0$ 위의 점 P를 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $x+2y-5=0$　② $2x-2y+5=0$

③ $2x-y-5=0$　④ $x+y-5=0$

⑤ $2x+2y-5=0$

해설

$x+y-3=0$ 위의 임의의 한 점을 P$(a,\ -a+3)$ 이라 하고 $\overline{\text{AP}}$의 중점의 좌표를 Q $(x,\ y)$라 하면

$x=\dfrac{a+3}{2},\quad y=\dfrac{-a+2}{2}$

$\therefore\ a=2x-3,\quad a=-2y+2$

$\therefore\ 2x-3=-2y+2$

$\therefore\ 2x+2y-5=0$

34. 이차부등식 $-4x^2+12x-9\geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2}\leq x\leq\frac{3}{2}$ ② $x\leq-\frac{3}{2}$, $x\geq\frac{3}{2}$

③ $x\neq\frac{3}{2}$인 모든 실수 ④ 해는 없다.

⑤ $x=\frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9\geq 0$

$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9\leq 0$

$\Rightarrow\ (2x-3)^2\leq 0$

$\therefore\ x=\frac{3}{2}$

35. $64 \le 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \le x \le 8$　② $x = 8$　③ 해는 없다.

④ 모든 실수　⑤ $x \le 8$

해설

$64 \le 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-8)^2 \le 0$

$\Rightarrow \quad x = 8$

36. x에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a의 범위는?

① $a \le -3$ 또는 $a \ge 1$　② $-3 \le a \le 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$　④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \le a \le 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$
이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \le 0$이면 부등식의 해가 없다.
$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \le 0$
$(a-1)(a+3) \le 0$
$\therefore \ -3 \le a \le 1$

37. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \le 0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하면?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(ⅰ) $x > 0$

$x^2 - 5x + 4 \le 0$

$(x-1)(x-4) \le 0$

$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 4$

(ⅱ) $x < 0$

$x^2 + 5x + 4 \le 0$

$(x+1)(x+4) \le 0$

$\Rightarrow \quad -4 \le x \le -1$

$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

38. 부등식 $x^2-2x-2<2|x-1|$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은?

① 0 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ -6

해설

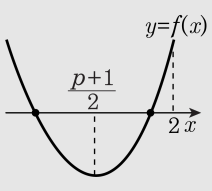
$x^2-2x-2<2|x-1|$에서 구간을 나누어 해를 구한다.
(i) $x\geq 1$일 때, $x^2-2x-2<2(x-1)$
$x^2-4x<0,\ x(x-4)<0,\ 0<x<4$
공통범위는 $1\leq x<4$
(ii) $x<1$일 때, $x^2-2x-2<-2(x-1)$
$x^2-4<0,\ -2<x<2$
공통범위는 $-2<x<1$
i + ii : $-2<x<4 \Leftrightarrow \alpha<x<\beta$
$\therefore \beta-\alpha=4-(-2)=6$

39. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2-p=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p의 값의 범위는?

① $0<p<1$ ② $\frac{1}{2}<p<1$ ③ $1\le p<2$
④ $1<p<\frac{4}{3}$ ⑤ $p>1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2-p$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D라 하면
$D=(p+1)^2-4(2-p)>0$
$p^2+6p-7>0,\ (p+7)(p-1)>0$
$\therefore p<-7$ 또는 $p>1$
(ii) $f(2)>0$ 에서 $2^2-(p+1)\cdot 2+2-p>0$
$3p<4$
$\therefore p<\frac{4}{3}$
(iii) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=\frac{p+1}{2}$ 이므로
$\frac{p+1}{2}<2$
$\therefore p<3$
(i), (ii), (iii)에서 $p<-7$ 또는 $1<p<\frac{4}{3}$
그런데 $p>0$이므로 $1<p<\frac{4}{3}$

40. 이차방정식 $x^2-2mx+m+6=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m \le -6$ ② $m \le -4$ ③ $m \le -2$

④ $m \le 0$ ⑤ $m \le 2$

해설

$f(x)=x^2-2mx+m+6=(x-m)^2-m^2+m+6$으로 놓으면

$\frac{D}{4}=m^2-1\cdot(m+6)=m^2-m-6$

$f(1)=1-2m+m+6=-m+7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.

따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4}=m^2-m-6 \ge 0$

$(m+2)(m-3) \ge 0$

$\therefore m \le -2$ 또는 $m \ge 3$ ····· ㉠

(ii) 경계값의 부호 : $f(1)=-m+7>0$

$\therefore m<7$ ····· ㉡

(iii) 축 : $m<1$ ····· ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m의 값의 범위는 $m \le -2$