

1. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

2. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2bx - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이 $a, b(a > b)$ 이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$$

$$x^2 + 4ax = -6a - 4$$

$$(x + 2a)^2 = -6a - 4 + 4a^2$$

따라서 $-a - 4 + a^2 = 0$ 이므로

$$(4a + 2)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2 \text{ 이다.}$$

4. 다음의 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$16x^2 - 24x - 23 = 0$$
$$16(x^2 - (가)x + (나)) = 23 + (다)$$
$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^{(라)} = (마)$$

- ① (가) : $\frac{3}{2}$

② (나) : $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

③ (다) : 16
- ④ (라) : 2

⑤ (마) : 32

해설

$$16\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) = 23 + 9$$
$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 32 \text{ 이므로 (다)는 9 이다.}$$

5. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

② $\frac{b}{2a}$

③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

④ $-\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

6. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 4 cm 길게 하고, 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 81 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-6)=39$ 이므로
 $x^2-2x-24=39$
 $x^2-2x-63=0$
 $(x+7)(x-9)=0$
 $x=9\ (\because x>6)$
따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9\times 9=81(\text{cm}^2)$ 이다.

7. $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값은?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

$y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{3}{5}x^2 + q$ 이다.

$(5, 3)$ 을 대입하면 $3 = 15 + q$ 이므로 $q = -12$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

9. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.

정수 n 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 &= 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 &< \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

10. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$\therefore [a] = 5$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

12. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10 이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

- ① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10 미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10 미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots \textcircled{1} \\ 4q = p + r \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q = 2$
 $100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$
 $p - r = 2 \cdots \textcircled{3}$
 $q = 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $p + r = 8 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{4}$ 에서 $p = 5, r = 3$
따라서 구하는 수는 325 이다.

13. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

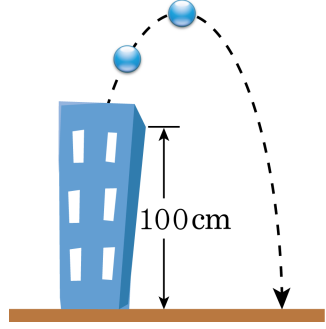
$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

14. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$
$$t^2 - 8t + 12 = 0$$
$$(t - 2)(t - 6) = 0$$
$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

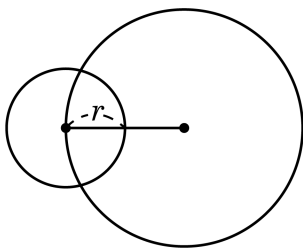
물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 + 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.
따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.
 $r^2 - 4 = 0$
 $\therefore r = 2$ ($\because r > 0$)

16. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$
(나) $y = -2x^2$
(다) $y = 2x^2$
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

17. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼
평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다.
이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

18. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{3}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} \\ &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \\ k &= f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80) \\ &= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{81} - \sqrt{80} \\ &= -\sqrt{49} + \sqrt{81} \\ &= -7 + 9 = 2 \\ (a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) &= 0 \text{ 에 } x=2 \text{ 를 대입하면} \\ 4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 &= 0 \\ 2a^2 + 8a + 8 &= 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0 \\ (a+2)^2 &= 0 \quad \therefore a = -2 \\ a = -2 \text{ 를 식에 대입하면} \\ 3x^2 + 2x - 16 &= 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

19. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25 \\ 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = -4$

해설

(i) $2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25$
 $a+b = A$ 로 놓으면
 $2A^2 + 5A - 25 = 0$
 $(2A-5)(A+5) = 0$
 $\therefore A = \frac{5}{2}$ 또는 $A = -5$
 a, b 는 정수이므로 $a+b = -5$

(ii) $3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6$
 $a-b = B$ 로 놓으면
 $3B^2 - 7B - 6 = 0$
 $(3B+2)(B-3) = 0$
 $\therefore B = -\frac{2}{3}$ 또는 $B = 3$
 a, b 는 정수이므로 $a-b = 3$

(i), (ii) 에서
 $a+b = -5$
 $+) a-b = 3$
 $\hline 2a = -2$
 $\therefore a = -1, b = -4$

20. 어떤 상품의 개당 가격을 $x\%$ 올리면 판매량은 $\frac{x}{3}\%$ 만큼 감소한다. 매출을 12% 증가시키기 위해서 올려야하는 개당 가격은 몇 % 인지 구하여라. (단, $0 < x < 50$)

▶ 답: %

▶ 정답 : 20%

해설

처음 가격을 a 원, 판매량을 b 개라고 하면

가격을 $x\%$ 올린 후의 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원,

$$\text{판매량은 } b \left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100} \right) \text{ 개이다.}$$

따라서, 가격을 $x\%$ 올린 후의 매출은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{300}\right) ab \text{ (원) 이다.}$$

이때, 매출이 12% 증가해야 하므로

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{300}\right) ab = \frac{112}{100} ab$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{300}\right) = \frac{112}{100}$$

$$x^2 - 200x + 3600 = 0$$

$$(x - 20)(x - 180) = 0$$

$$\therefore x = 20 \text{ 또는 } x = 180$$

$0 < x < 50$ 이므로 $x = 20$

따라서 가격을 20% 올려야 한다.

21. 이차함수 $y = (x + 4)^2$, $y = (x - 1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B 라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4, 0)$ 과 $(1, 0)$ 사이의 거리= 5

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든 k 의 값의 합을 구하여라. (단, $0 < k < \sqrt{10}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x - k)^2 - 10$$

$$\therefore A(k, -10), B(0, k^2 - 10)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0 \text{ 에서 } x = k \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore C(k - \sqrt{10}, 0), D(k + \sqrt{10}, 0)$$

원점을 O 라 하면 $k > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OBC + \triangle ABO + \triangle AOD \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42 \end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $-\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$

따라서 k 의 모든 값의 합은 $\sqrt{10}$ 이다.