1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
② 22 과 35 는 서로소이다.
③ 90 의 소인수는 3 개이다.
④ 143 은 소수이다.
⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설
④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

2. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
② 7 의 배수 중에서 소수는 1 개이다.
③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① 6 과 21 은 서로소이다.
② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 1 이다.
④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설
① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다.
⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 8 과 27 은 서로소이다.
② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
④ 60 의 소인수는 3 개이다.
⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

6. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 $1, 5, 7, 11, 13$ 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

7. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 15 와 24　　② 8 과 15　　③ 14 와 35

④ 36 과 54　　⑤ 2 와 6

해설

① 15 와 24 의 최대공약수는 3
③ 14 와 35 의 최대공약수는 7
④ 36 과 54 의 최대공약수는 9
⑤ 2 와 6 의 최대공약수는 2

8. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짝지어진 것은?

① 9 과 21 ② 9 와 18 ③ 12 과 30
④ 12 와 35 ⑤ 24 과 42

해설
④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

9. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수의 개수는?

① 17 개 ② 33 개 ③ 50 개 ④ 67 개 ⑤ 84 개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6 과 서로소인 수는 2 의 배수도 3 의 배수도 아닌 수이다.
100 이하의 자연수 중 2 의 배수는 50 개, 3 의 배수는 33 개, 6 의 배수는 16 개이므로
2 또는 3 의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)
따라서 6 과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

10. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a=2,\ b=2,\ c=2$ 이다.

11. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1,\ c = 1$ 이다.

12. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

① 3　② 5　③ 8　④ 9　⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a=3,\ b=1, c=1,\ d=1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5$ 이다.

13. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로

$x = 5$

14. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이다.
따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

15. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 9　　⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9 개이다.

16. 45 와 75 의 공약수의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5,\ 75 = 3 \times 5^2$

45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개)

17. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3,\ 2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \quad \therefore\ x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$

$\therefore\ \square \geq 3$

18. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a=4,\ b=2$ 이다.
$\therefore a+b=4+2=6$

19. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a+b-c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,
$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
$11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.
따라서 $a+b-c = 4$ 이다.

20. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\begin{array}{l} 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ \underline{a \ \times b \ \times c \times d} \\ 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

$\therefore\ a = 2^5,\ b = 1,\ 3, 3^2,\ c = 1,\ 5,\ d = 7$

따라서, A 는 $2^5 \times 7,\ 2^5 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3 \times 7$,
$2^5 \times 3 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

21. 두 자연수 $6\times x$, $8\times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7　　② 9　　③ 11　　④ 13　　⑤ 15

해설

$6\times x=2\ \ \times 3\times x$

$6\times x=2^3\times 3\times x$

최소공배수 : $2^3\times 3\times x=216\cdots$①

$24\times x=216$

$x=216\div 24=9$

22. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.
또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.
따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

23. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

24. 세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46　　② 48　　③ 50　　④ 52　　⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2\times a,\ 6\times a,\ 8\times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^3\times 3\times a = 72 = 2^3\times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a=3$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $6=2\times 3,\ 18=6\times 3,\ 24=8\times 3$ 이므로
세 수의 합은 $6+18+24=48$ 이다.

25. $6 \times x,\ 8 \times x,\ 10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x,\ 2^3 \times x,\ 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.

$\therefore\ x = 2 \times 3 = 6$

26. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

① 84　② 168　③ 252　④ 420　⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$ 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.
따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

27. 세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3\times a,\ 4\times a,\ 6\times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^2\times 3\times a = 96 = 2^5\times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a=8$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3\times 8,\ 32 = 4\times 8,\ 48 = 6\times 8$ 이다.

28. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

① 16　② 72　③ 176　④ 184　⑤ 192

해설

세 자연수를 $2\times a$, $3\times a$, $7\times a$ 라 하면
세 수의 최소공배수는
$2\times 3\times 7\times a = 672 = 2^5\times 3\times 7$ 이다.
$a = 2^4 = 16$ 이므로 세 수는 32, 48, 112 이다.
$\therefore\ 32+48+112-16=176$

29. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고 ,
$5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
$2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

30. 세 자연수의 비가 2 : 3 : 5 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2\times x,\ 3\times x,\ 5\times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r|ccc} x & 2\times x & 3\times x & 5\times x \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

$x\times 2\times 3\times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 $16,\ 24,\ 40$ 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

31. 사과 24 개와 배 36 개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

24 와 36 의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

32. 학교에서 성적이 우수한 학생들에게 도서상품권 48장, 공책 72권, 볼펜 36자루를 준비하여 똑같이 나누어 주었다. 이때 성적이 우수한 학생들은 최대 몇 명인가?

① 10명 ② 11명 ③ 12명 ④ 13명 ⑤ 14명

해설

48, 72, 36 의 최대공약수 : 12

33. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

① 3 다발　　② 4 다발　　③ 8 다발
④ 12 다발　　⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 $24, 60, 52$ 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 $24, 60, 52$ 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 4 & 24 & 60 & 52 \\ \hline & 6 & 15 & 13 \end{array}$$

$\therefore$ 4다발

34. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 4 & 108 & 120 & 96 \\ \hline 3 & 27 & 30 & 24 \\ \hline & 9 & 10 & 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 12$ (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

35. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.
되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명 ② 3 명 ③ 4 명 ④ 5 명 ⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

36. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은?

① 5 개, 6 개, 9 개
② 6 개, 12 개, 18 개
③ 18 개, 12 개, 10 개
④ 12 개, 12 개, 12 개
⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

참가자들의 수는
120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12
한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각
$120 \div 12 = 10$, $144 \div 12 = 12$, $156 \div 12 = 13$

37. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

① 사과 3 개, 귤 2 개, 배 4 개
② 사과 4 개, 귤 2 개, 배 6 개
③ 사과 3 개, 귤 3 개, 배 5 개
④ 사과 4 개, 귤 3 개, 배 5 개
⑤ 사과 3 개, 귤 2 개, 배 5 개

해설

$48 = 2^4 \times 3,\ 36 = 2^2 \times 3^2,\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5$
48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 사과 4 개, 귤 3 개, 배 5 개이다.

38. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로 231
볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)
지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$
연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$
공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

39. 어떤 학교에 남자 260 명, 여자 273 명의 신입생이 들어왔다고 한다. 반별 인원수가 같고 각 반에 속한 남녀의 비가 같도록 반을 나누려고 할 때, 최대 몇 반까지 나오는가?

① 14반 ② 13반 ③ 12반 ④ 11반 ⑤ 10반

해설

짤 수 있는 반의 수를 x 라 할 때,
$260 = x \times \square,\ 273 = x \times \triangle$
x는 260 과 273 의 최대공약수
$260 = 2^2 \times 5 \times 13,\ 273 = 3 \times 7 \times 13$
$\therefore x = 13$

40. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 36 & 24 \\ \hline 2 & 18 & 12 \\ \hline 3 & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

41. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

42. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

학생 수는 60, 48, 72 의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

43. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명) 이다.

44. 남자 70 명, 여자 56 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고, 각 조에 속하는 남녀의 비가 같도록 최대한 많은 수의 조를 짤 때, 각 조별 남, 녀의 수는?

① 남 : 7 명, 여 : 6 명
② 남 : 6 명, 여 : 5 명
③ 남 : 6 명, 여 : 4 명
④ 남 : 5 명, 여 : 5 명
⑤ 남 : 5 명, 여 : 4 명

해설

조의 개수는 70 과 56 의 최대공약수이다.
$70 = 2 \times 5 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$
따라서 조의 개수는 $2 \times 7 = 14$ (개)
조별 남학생의 수는 $70 \div 14 = 5$(명), 여학생의 수는 $56 \div 14 = 4$(명) 이다.

45. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 120 & 180 \\ \hline 2 & 60 & 90 \\ \hline 3 & 30 & 45 \\ \hline 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \quad \therefore 2\times2\times3\times5 = 60(\text{cm})$$

46. 가로의 길이가 96cm, 세로의 길이가 120cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4 cm ② 6 cm ③ 20 cm ④ 24 cm ⑤ 48 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 96, 120 의 최대공약수 : 24

47. 가로의 길이가 90cm, 세로의 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

① 18cm, 35 개　② 12cm, 35 개　③ 18cm, 40 개
④ 12cm, 40 개　⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 $x$cm 라 할 때,
$90 = x \times \square$, $144 = x \times \triangle$
x 는 90 과 144 의 최대공약수
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$
$\therefore\ x = 2 \times 3^2 = 18$ (cm)
$90 = 18 \times 5$, $144 = 18 \times 8$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore\ 5 \times 8 = 40$ (개)

48. 가로의 길이가 180cm 세로의 길이가 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개

② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개

③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개

④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개

⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 180 & 150 \\ \hline 3 & 90 & 75 \\ \hline 5 & 30 & 25 \\ \hline & 6 & 5 \end{array} \quad \therefore 2\times3\times5=30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

(가로) $= 180 \div 30 = 6$(개)

(세로) $= 150 \div 30 = 5$(개)

$\therefore$ (필요한타일수) $= 6 \times 5 = 30$(개)

49. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 $24\text{cm}, 36\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm ④ 12 cm ⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

50. 가로, 세로의 길이가 각각 $60\,\mathrm{cm}$, $84\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 옷감을 똑같은 크기의 정사각형으로 자르려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려 한다면 처음의 옷감은 몇 개로 나누어지겠는가?

① 21 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 35 개 ⑤ 38 개

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 60 , 84 의 최대공약수이다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 나누어지는 개수는 $(60 \div 12) \times (84 \div 12) = 35$(개) 이다.

51. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설
과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72$ (개)

52. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $54\,\mathrm{cm}$, $90\,\mathrm{cm}$, $108\,\mathrm{cm}$ 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개
② 90 개
③ 36 개
④ 24 개
⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

53. 가로의 길이가 720cm, 세로의 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140개 ② 160개 ③ 180개
④ 200개 ⑤ 220개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
$2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는
$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개) 이다.

54. 가로의 길이가 120cm, 세로의 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개　② 24cm, 35 개　③ 18cm, 40 개
④ 24cm, 40 개　⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
$120 = x \times \square$, $168 = x \times \triangle$
x 는 120 과 168 의 최대공약수
$120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
$\therefore\ x = 2^3 \times 3 = 24\ (\mathrm{cm})$
$120 = 24 \times 5$, $168 = 24 \times 7$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore\ 5 \times 7 = 35$ (개)

55. 가로의 길이가 140cm, 세로의 길이가 105cm, 높이가 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 107 ② 108 ③ 109 ④ 110 ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
140, 105, 210 의 최대공약수이므로
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $105 = 3 \times 5 \times 7$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
최대공약수는 $5 \times 7 = 35$
$\therefore\ a = 35$
정육면체의 개수는
$(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$ (개)
$\therefore\ b = 72$
$\therefore\ a + b = 107$

56. 가로의 길이가 200cm, 세로의 길이가 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남는 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a, 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a=40(\mathrm{cm})$

$200\div 40=5$, $120\div 40=3$이므로 필요한 타일의 개수는 $b=5\times 3=15$ (개)

$\therefore a+b=40+15=55$

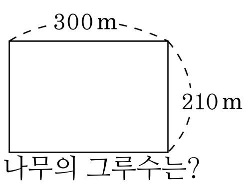
57. 가로의 길이가 15, 세로의 길이가 21, 높이가 6 인 상자를 $x$cm 인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가?

① 40 개　② 50 개　③ 60 개　④ 70 개　⑤ 80 개

해설

$15, 21, 6$ 의 최대공약수를 구하면 3 이다.
따라서 필요한 벽돌의 개수는
$(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70$(개) 이다.

58. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)
세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

59. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루　② 18 그루　③ 24 그루
④ 38 그루　⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

60. 세 변의 길이가 각각 $96\,\text{m}$, $84\,\text{m}$, $108\,\text{m}$ 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개　② 18 개　③ 24 개　④ 30 개　⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로
말뚝의 개수는

$$\begin{aligned}(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) &= 8 + 7 + 9 \\ &= 24\,(\text{개})\end{aligned}$$

61. 가로, 세로의 길이가 각각 $100\,\mathrm{m}$, $80\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(\mathrm{m})$ 라 할 때,
$100 = x \times \square,\ 80 = x \times \triangle$
x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
$100 = 2^2 \times 5^2,\ 80 = 2^4 \times 5$
$\therefore x = 2^2 \times 5 = 20\ (\mathrm{m})$
나무 사이의 간격을 $20\,\mathrm{m}$ 라 할 때,
가로 $100 = 20(\mathrm{m}) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(\mathrm{m}) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(5+4) \times 2 = 18$ (그루)

62. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로의 길이가 24 m , 세로의 길이가 64 m 인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가?

① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,

$24 = x \times \square,\ 64 = x \times \triangle$

x 는 24와 64 의 최대공약수

$24 = 2^3 \times 3,\ 64 = 2^6$

$\therefore\ x = 2^3 = 8\ (\mathrm{m})$

기둥 사이의 간격을 8 m 라 할 때

가로 $24 = 8\ (\mathrm{m}) \times 3$ (개), 세로 $64 = 8\ (\mathrm{m}) \times 8$ (개)

직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는

$\therefore\ (2 \times 3) + 8 + 1 = 15$(개)

63. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 $200\,\mathrm{m}$, $150\,\mathrm{m}$ 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ”자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

① 500 만 원　② 550 만 원　③ 600 만 원
④ 650 만 원　⑤ 700 만 원

해설

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야한다.
기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
$200 = x \times \square,\ 150 = x \times \triangle$
x 는 200과 150 의 최대공약수
$200 = 2^3 \times 5^2,\ 150 = 2 \times 3 \times 5^2$
$\therefore\ x = 2 \times 5^2 = 50\ (\mathrm{m})$
기둥 사이의 간격을 $50\,\mathrm{m}$ 라 할 때
가로 $200 = 50\ (\mathrm{m}) \times 4$ (개),
세로 $150 = 50\,\mathrm{m} \times 3$ (개)
직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ” ㄷ ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는
$\therefore\ (2 \times 4) + 3 + 1 = 12$ (개)
이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로
총 비용은 12×50 (만 원) $= 600$ (만 원) 이다.

64. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61-1=60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

65. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16　② 18　③ 24　④ 32　⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

66. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

어떤 수는 33, $25-3=22$, $51+4=55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.

67. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

68. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

69. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

70. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,
$72 = 2^3 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore\ 2 \times 3^2 = 18$

71. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65+7=72,\ 140+4=144,\ 210+6=216$ 의 최대공약수는 72 이다.

72. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

① 9 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12
12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12=22$ 이다.

73. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 2 명　② 4 명　③ 6 명　④ 8 명　⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $54 - 2 = 52$, $19 + 3 = 22$ 의 최대공약수 2 (명)

74. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1=24$, $37-1=36$, $61-1=60$ 의 공약수이다. 따라서 구하고자 하는 수는 $24, 36, 60$ 의 최대공약수의 약수와 같다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 36 & 60 \\ \hline 2 & 12 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 15 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 가 될 수 있다.

75. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

① 30 명　② 32 명　③ 34 명　④ 36 명　⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 64 & 96 & 128 \\ \hline 2 & 32 & 48 & 64 \\ \hline 2 & 16 & 24 & 32 \\ \hline 2 & 8 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

76. 두 자연수 $27, 39$를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.
이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 6　　⑤ 12

해설

$27, 39, 51$을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27-3), (39-3)$을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

77. 어떤 자연수로 63 을 나누면 3 이 남고 41 을 나누면 5 가 남는다고 한다. 이런 자연수 중 가장 큰 수는?

① 6　　② 8　　③ 12　　④ 15　　⑤ 30

해설

$63 - 3 = 60$, $41 - 5 = 36$ 이므로

구하는 가장 큰 수는 60 과 36 의 최대공약수 12 이다.

78. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,

$35 = x \times \triangle + 3,\ 118 = x \times \square - 2$

$32 = x \times \triangle,\ 120 = x \times \square$

가장 큰 수 x 는 32 와 120 의 최대공약수

$32 = 2^5,\ 120 = 2^3 \times 3 \times 5$

$\therefore\ x = 2^3 = 8$

79. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84 의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

80. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

① 4　② 7　③ 14　④ 28　⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.