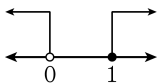
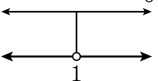
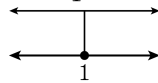
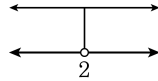


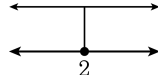
1. 연립부등식 $\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을
바르게 그린 것은?

① 해가 없다. 

② 1, 

③ 1, 

④ 2, 

⑤ 2, 

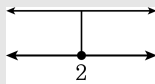
해설

$$\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases} \text{ 을 정리하면,}$$

$$\begin{cases} -3x \leq -6 \\ 3x \leq 6 \end{cases} \text{ 이고}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \text{ 이다.}$$

수직선 위에 그리면



이 되고 해는 2 이다.

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$

⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{7}$

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, \quad k^2 - 10k + 16 \leq 0,$$

$$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

3. 두 점 $A(a, b)$, $B(-3, 4)$ 를 3 : 1로 외분하는 점을 $P(2, -1)$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

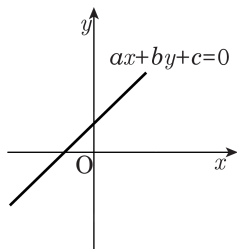
$$P\left(\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1}, \frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1}\right) = P(2, -1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1} = 2, -9 - a = 4, a = -13$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1} = -1, 12 - b = -2, b = 14$$

$$\therefore a + b = 1$$

4. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

5. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$y = ax + 2 \cdots \textcircled{㉢} \text{이라 할 때,}$$

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 $(2, 0)$ 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

6. 27의 세제곱근 중에서 한 허근을 β 라 할 때, $\beta^4 + 9\beta^2$ 의 값은?

① -81

② -32

③ -16

④ 16

⑤ 32

해설

$$\beta^3 = 27 \text{에서 } (\beta - 3)(\beta^2 + 3\beta + 9) = 0$$

$$\beta \text{는 허근이므로 } \beta^2 + 3\beta + 9 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta^4 + 9\beta^2 &= \beta^3 \times \beta + 9\beta^2 = 27\beta + 9\beta^2 \\ &= 9(\beta^2 + 3\beta) = 9 \times (-9) = -81 \end{aligned}$$

7. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β 라 하면

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\beta + (1 - \sqrt{2})\beta = 5$$

$$-1 + 2\beta = 5, \quad 2\beta = 6 \quad \therefore \beta = 3$$

$$\text{따라서, } a = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + 3 = 5$$

$$b = (1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) \cdot 3 = -3 \text{이므로}$$

$$a + b = 5 + (-3) = 2$$

8. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면

$$p^2 + ap + 5 = 0, p^2 + 5p + a = 0$$

두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$

$$(a - 5)(p - 1) = 0$$

$$\therefore a = 5 \text{ 또는 } p = 1$$

$$p = 1 \text{이면, } 1 + a + 5 = 0, a = -6$$

$$\therefore a \text{의 합: } -6 + 5 = -1$$

9. 다음 두 부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$$
$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 6 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{ 의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면}$$

$$2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x \quad 4x+8 \geq 3x-6-6x$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{ 의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면}$$

$$3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$$

$$6x-9 \leq 2x+12+3$$

$$x \leq 6$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x \leq 6$ 이다. 따라서 만족하는 자연수는 6 개이다.

10. 다음 중 연립부등식 $\frac{1}{5}(x+5) - 1 < \frac{x-2}{3} + 2 < \frac{7+x}{2}$ 의 해가 될 수 없는 것은?

① -13

② -9

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

$$\text{i) } \frac{1}{5}(x+5) - 1 < \frac{x-2}{3} + 2$$

$$3x + 15 - 15 < 5x - 10 + 30$$

$$-2x < 20$$

$$x > -10$$

$$\text{ii) } \frac{x-2}{3} + 2 < \frac{7+x}{2}$$

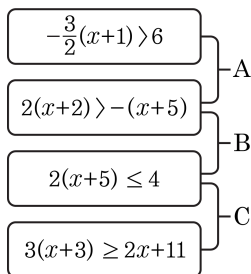
$$2x - 4 + 12 < 21 + 3x$$

$$x > -13$$

i), ii) 에서 공통된 범위의 해를 구하면 $x > -10$ 이다.

따라서 $x = -13$ 일 때, $-13 < -10$ 이므로 $x = -13$ 은 해가 될 수 없다.

11. 다음 네 개의 부등식을 두 개씩 연립하였을 때의 해를 A, B, C 라고 할 때, 해가 없는 것을 모두 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A

▷ 정답 : B

▷ 정답 : C

해설

$$-\frac{3}{2}(x+1) > 6$$

$$-3x - 3 > 12$$

$$-3x > 15$$

$$x < -5$$

$$2(x+2) > -(x+5)$$

$$2x + 4 > -x - 5$$

$$3x > -9$$

$$x > -3$$

$$2(x+5) \leq 4$$

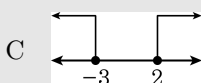
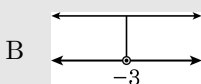
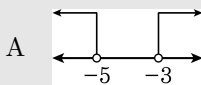
$$x + 5 \leq 2$$

$$x \leq -3$$

$$3(x+3) \geq 2x+11$$

$$3x + 9 \geq 2x + 11$$

$$x \geq 2$$

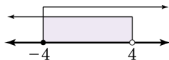


A 는 해가 없다.

B 는 해가 없다.

C 는 해가 없다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} -4x - 15 \leq 1 \\ 3x + a < x \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해는 $-4 \leq x < 4$ 이다.

$$-4x - 15 \leq 1$$

$$-4x \leq 16$$

$x \geq -4$ 이므로

$3x + a < x$ 의 해는 $x < 4$ 이다.

$$2x < -a, \quad x < -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} = 4 \quad \therefore a = -8$$

13. 두 부등식 $x^2 - 4x - 5 < 0$, $x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 존재하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$x^2 - 4x - 5 < 0 \text{에서}$$

$$(x-5)(x+1) < 0 \text{이므로}$$

$$-1 < x < 5$$

$$x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a < 0 \text{에서}$$

$$x^2 - 2(a+1)x + a(a+2)$$

$$= (x-a)(x-a-2) < 0 \text{이므로}$$

$$a < x < a+2$$

두 부등식의 공통부분이 있어야 하므로

$$a+2 > -1$$

$$\text{즉 } a > -3 \text{ 또는 } a < 5 \text{에서}$$

$$-3 < a < 5$$

따라서 정수 a 의 개수는 7개다.

14. 두 정점 A(-1, 2), B(3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는?

① $y = 2x^2 - x$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $y = 2x - 1$

④ $y = 2x$

⑤ $y = x + 1$

해설

구하는 자취 위의 점을 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 로부터

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $8x - 4y - 4 = 0$

$$\therefore y = 2x - 1$$

15. 두 점 $A(1,1)$, $B(4,3)$ 에 대하여 점 P 가 x 축 위의 점 일때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

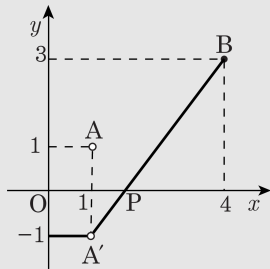
- ① 5 ② $2\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $A(1,1)$ 을 x 축에 대해 대칭이동시킨 $A'(1, -1)$ 과 $B(4,3)$ 을 잇는 선분의 길이와 같다.

$$\overline{AP} + \overline{BP} \text{의 최솟값은 } \overline{A'B} \text{이므로}$$

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$



16. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1 로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{a - 2 + 5}{3}, \frac{3 - 2 + b}{3} \right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{a + 3}{3} = 2 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\text{또 } \frac{1 + b}{3} = -1 \text{ 에서 } b = -4$$

$$\therefore a + b = -1$$

17. 세 점 $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,2)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P 의 좌표를 정하면?

① $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$

③ $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

④ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

해설

$P(x, y)$ 라 두면

$$x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$$

$\therefore P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

18. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

19. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.

올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면

올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,

판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로

올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab 이므로

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$$

이 부등식을 정리하면

$$9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$$

$$(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$$

$$\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$$

20. 원점에서 직선 $(a-1)x + (a+3)y - 4 = 0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(a) &= \frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2 + (a+3)^2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2a^2 + 4a + 10}} \end{aligned}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

$$2a^2 + 4a + 10 = 2(a^2 + 2a) + 10 = 2(a+1)^2 + 8$$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$$f(a) \text{ 의 최댓값은 } \therefore \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$$