1. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 해가 $x=2$ 또는 $x=-3$일 때, $a+b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2+ax+b=0$에
$x=2$를 대입하면 $4+2a+b=0$ $\cdots$㉠
$x=-3$을 대입하면 $9-3a+b=0$ $\cdots$㉡
㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-6$
$\therefore\ a+b=-5$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$

$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$

3. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

㉠ $(2x+1)(3x-1)=0$

㉡ $2x(x-1)=0$

㉢ $4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

㉠ $2x+1=0$ 또는 $3x-1=0$ $\therefore\ x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

㉡ $2x=0$ 또는 $x-1=0$ $\therefore\ x=0$ 또는 $x=1$

㉢ $x-\frac{1}{2}=0$ 또는 $x-\frac{2}{3}=0$ $\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 양의 근만 모두 더하면 $\frac{1}{3}+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$

4. 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $ax^2-5x-2=0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ −2 ⑤ 2

해설

$x^2 - x - 2 = 0$

$x = 2$ 또는 $x = -1$

큰 근은 $x = 2$ 이므로 $ax^2 - 5x - 2 = 0$ 에 대입하면

$4a - 10 - 2 = 0$, $a = 3$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$, $(3x + 1)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

따라서 다른 한 근 $b = -\frac{1}{3}$

$\therefore ab = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

5. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$2(x+k)^2 = m$, $(x+k)^2 = \frac{m}{2}$

$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$

$\therefore k = -4$, $m = 10$

$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$

6. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x+5)^2 = \frac{m+6}{4}$$

① $m > 3$ ② $m < -6$ ③ $m = 0$

④ $m < 3$ ⑤ $m > -6$

해설

$\frac{m+6}{4} < 0$ 이어야 하므로

$m + 6 < 0$

$\therefore m < -6$

7. 다음 이차방정식 $5x^2 - 2x + k$ 의 근이 $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 5k}}{5} = \dfrac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$

$1 - 5k = 11$

$\therefore k = -2$

8. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + 0.3 = 0$ 의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 식의 양변에 20을 곱하면

$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + 0.3 = 0$

$5x^2 - 12x + 6 = 0$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{6}}{5}$ 이므로 $\alpha = \frac{6 + \sqrt{6}}{5}$, $\beta = \frac{6 - \sqrt{6}}{5}$

$\therefore \alpha\beta = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$

9. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x-y)(x-y-4)+4=0$
$x-y$ 를 A 로 치환하면,
$A(A-4)+4=0$
$A^2-4A+4=0,\ (A-2)^2=0$
$(x-y-2)^2=0$
$x-y-2=0$
$\therefore\ x-y=2$

10. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?

① 9 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

해설

세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면
$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$
$x^2 - 4x = 0$
$\therefore x = 4 (\because x > 0)$
$\therefore 3 + 4 + 5 = 12$

11. 어떤 정사각형의 가로의 길이를 3 cm, 세로의 길이를 2 cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x를 구하는 방정식은?

① $x^2+5x+6=0$　　② $x^2-5x-6=0$

③ $x^2-5x+6=0$　　④ $x^2+5x-6=0$

⑤ $3x^2-5x-6=0$

해설

$2x^2=(x+3)(x+2)$

$\therefore x^2-5x-6=0$

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면 점 $(2,\ 18)$ 을 지난다. q 의 값을 구하면?

① -6　② -3　③ 3　④ 6　⑤ 9

해설

$y = 3x^2 + q$ 가 $(2,\ 18)$ 을 지나므로,

$18 = 3 \times 2^2 + q$

$18 = 12 + q$

$\therefore\ q = 6$

13. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하였더니 점 $(1,\ m)$ 을 지났다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

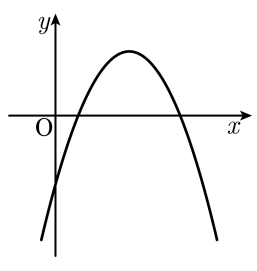
$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하면

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 이며 점 $(1,\ m)$ 를 지나므로

$m = \frac{1}{2}(1-3)^2$

$\therefore\ m = 2$

14. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



① $ap + q > 0$ ② $aq - q < 0$

③ $p^2 + q < 0$ ④ $a + pq < 0$

⑤ $a(p+q) > 0$

해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로

$a < 0$, $p > 0$, $q < 0$ 이다.

따라서 $a + pq < 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 - 12x + 2$ 의 그래프가 되었다. 이 때, pq 의 값은?

① 30 ② -15 ③ 10 ④ -5 ⑤ 45

해설

$y = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x+1)^2 - 5$
꼭짓점 $(-1, \ -5)$
$y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 3(x-2)^2 - 10$
꼭짓점 $(2, \ -10)$
따라서 $p = 3$, $q = -5$ 이므로
$pq = -15$ 이다.

16. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$의 근이 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 60$

해설

$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$
$4(x^2 - 8x) = -k - 4$
$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$
$4(x - 4)^2 = -k + 60$
중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

17. 한 원 위에 n개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14개 일 때, n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14\text{이므로}$$
$$n^2 - 3n - 28 = 0$$
$$(n+4)(n-7) = 0$$
$$\therefore n = 7 \ (\because n > 0)$$

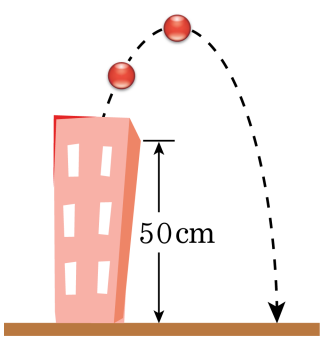
18. 12 월 중 3 일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2 일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

① 12 월 3 일 ② 12 월 4 일 ③ 12 월 5 일
④ 12 월 6 일 ⑤ 12 월 7 일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라고 하면
$(x-1)^2 = x + (x+1)$
$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$
$x^2 - 4x = 0$
$x(x-4) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12 월 3 일이다.

19. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$-5t^2 + 25t + 50 = 50$

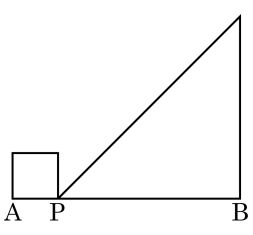
$t = 5$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$

20. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10-x)^2$

$x^2 + \frac{1}{2}(10-x)^2 = 36$

$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$

$3x^2 - 20x + 28 = 0$

$(3x-14)(x-2) = 0$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2$(cm)

21. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A$(2,\ p)$, B$(q,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$(기울기) = \dfrac{8-2}{2-(-1)} = \dfrac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \quad \therefore\ b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

22. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\frac{b}{2a} = 1$,

$b = -2a$ ···㉠

$a + b = -2$ ···㉡

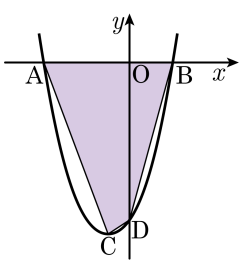
㉠, ㉡에 의하여 $a = 2$, $b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$\therefore\ c = -6$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

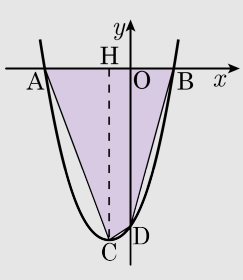
23. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$의 그래프에서 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y축과의 교점을 D라 할 때 □ABDC의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설



i) $0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = 2$

$\therefore$ A$(-4,\ 0)$, B$(2,\ 0)$, D$(0,\ -8)$

ii) $y = x^2 + 2x - 8$

$= (x^2 + 2x + 1) - 9$

$= (x+1)^2 - 9$

$\therefore$ C$(-1,\ -9)$

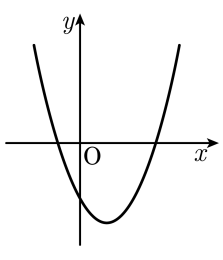
iii) □ABDC

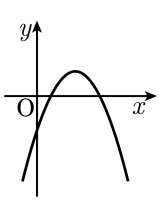
$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$

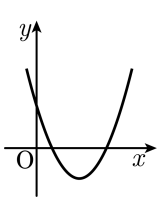
$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \frac{1}{2}$

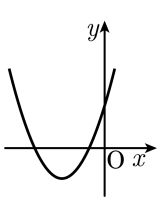
$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$

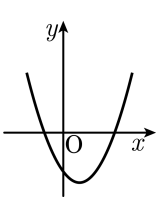
24. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

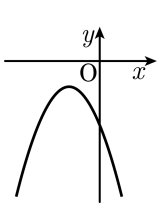


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$ 이다.
y 절편이 음수이므로 $-c < 0,\ c > 0$ 이다.
$y = cx^2 + bx + a$ 에서
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

25. 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답: 쌍

▷ 정답: 3쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a+b) + (a+b)^2 = 0$
$a + b = A$ 로 치환하면
$A^2 - 5A + 6 = 0$, $(A-2)(A-3) = 0$,
$\therefore A = 2$ 또는 3
1) $a + b = 2$ 일 때 $a = 1,\ b = 1$
2) $a + b = 3$ 일 때 $a = 2,\ b = 1$ 또는 $a = 1,\ b = 2$
1), 2) 에서 $(a,\ b)$ 의 쌍은 $(1,\ 1),\ (2,\ 1),\ (1,\ 2)$ 의 3 개이다.