

1. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

2. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a)$, $-ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

3. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x,$$

$$4x+8 \geq 3x-6-6x,$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3,$$

$$6x-9 \leq 2x+12+3,$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면}$$

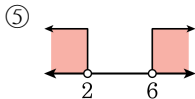
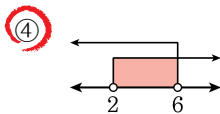
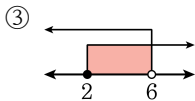
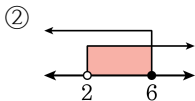
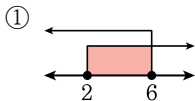
$$12x - 5 < 8x + 6,$$

$$4x < 11,$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2의 2개이다.

4. 다음 부등식 $1 - 4x < 7 - 5x < x - 5$ 을 수직선 위에 나타냈을 때, 바르게 나타낸 것은?



해설

$$1 - 4x < 7 - 5x, \quad x < 6$$

$$7 - 5x < x - 5, \quad x > 2$$

$$\therefore 2 < x < 6$$

5. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

① $2x < -4$

② $x + 3 < 4$

③ $3x - 2 \leq 1$

④ $-x + 6 \geq 7$

⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

① $x < -2$

② $x < 1$

③ $x \leq 1$

④ $x \leq -1$

⑤ $x \geq 1$

6. 연립부등식 $3x+1 < 6$, $2-x < a+9$ 를 만족하는 x 중, 정수들의 합이 -2 일 때, 정수 a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$3x+1 < 6 \text{ 을 풀면 } x < \frac{5}{3}$$

$$2-x < a+9 \text{ 를 풀면 } x > -a-7$$

$$\therefore -a-7 < x < \frac{5}{3}$$

이 부등식을 만족하는 정수 x 의 합이 -2 이므로 $x = -2, -1, 0, 1$ 따라서 $-3 \leq -a-7 < -2$ 이어야 하므로 $-5 < a \leq -4$ 이다.

그런데 a 는 정수이므로 $a = -4$ 다.

7. 어느 연속하는 세 수의 합이 111 보다 크고 117 보다 작다고 할 때, 세 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 114

해설

연속 하는 세 수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 하면 연속하는 세수는 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 표현되고, 세수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면,
$$\begin{cases} 3x > 111 \\ 3x < 117 \end{cases}, \text{ 또는 } 111 < 3x < 117 \text{ 로}$$

표현 할 수 있다. 따라서 $\frac{111}{3} < x < \frac{117}{3}$ 이다. 이는 $37 < x < 39$ 이다 따라서 x 는 38 이다. 그러므로 $3x = 114$ 이다.

8. 1 개에 400 원 하는 껌과 600 원 하는 껌을 합하여 10 개를 사는데 그 값이 5300 원 이상 5500 원 이하가 되게 하려면 600 원짜리 껌을 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

600 원 하는 껌의 개수를 x , 400 원 하는 껌의 개수를 $10 - x$

$$5300 \leq 600x + 400(10 - x) \leq 5500$$

$$53 \leq 6x + 40 - 4x \leq 55$$

$$13 \leq 2x \leq 15, \quad \frac{13}{2} \leq x \leq \frac{15}{2}$$

$$6.5 \leq x \leq 7.5$$

$$\therefore x = 7$$

9. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a , $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $0 \leq a < 2$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6 < a+(a+4)$
이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

10. 2%의 소금물 200g 이하와 2.5%의 소금물 200g 이하를 섞은 후, 여기에 3.5%의 소금물을 더해서 3%의 소금물 600g을 만들려고 한다. 이 때, 3.5%의 소금물을 가능한 한 많이 섞으려고 한다면 몇 g까지 섞을 수 있겠는가?

▶ 답: g

▷ 정답: 400 g

해설

2%의 소금물을 x g, 2.5%의 소금물을 y g, 3.5%의 소금물을 z g 사용하여 3%의 소금물 600g을 만들었다고 한다면

$$x + y + z = 600 \cdots \textcircled{1}$$

$$0.02x + 0.025y + 0.035z = 600 \times 0.03$$

$$4x + 5y + 7z = 3600 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } -x + 2z = 600$$

$$\therefore x = 2z - 600$$

그런데 $0 \leq x \leq 200$ 이므로

$$0 \leq 2z - 600 \leq 200$$

$$\therefore 300 \leq z \leq 400 \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{또 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } y + 3z = 1200$$

$$\therefore y = 1200 - 3z$$

그런데 $0 \leq y \leq 200$ 이므로

$$0 \leq 1200 - 3z \leq 200$$

$$\therefore \frac{1000}{3} \leq z \leq 400 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{에 의해서 } \frac{1000}{3} \leq z \leq 400$$

따라서 3.5%의 소금물은 최대 400g까지 섞을 수 있다.

11. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점
을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가
되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라.
(단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 76점

해설

$$85 \leq \frac{92 + 83 + 89 + x}{4} \leq 91$$

$$85 \times 4 \leq 92 + 83 + 89 + x \leq 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 340 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 76 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

$$\therefore 76 \leq x \leq 100$$

12. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

13. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ (x - a)(x + 2) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이 될 때, 실수 a 의 최댓값은?

① 0

② -2

③ -4

④ -6

⑤ -8

해설

$x^2 + 3x - 4 < 0$ 의 해가

$-4 < x < 1$ 이므로

연립부등식의 해가 $-2 < x < 1$ 가 되려면

$(x - a)(x + 2) > 0$ 의 해는

$x < a, x > -2$ 이고, $a \leq -4$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차부등식 $(4a + b + 4)x^2 + 2(a + 2)x + 1 < 0$ 을 풀면? (단, $\alpha > \beta > 2$)

① $\frac{1}{\beta - 2} < x < \frac{1}{\alpha - 2}$

② $\frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$

③ $x < \alpha - 2, x > \beta - 2$

④ $x < \beta - 2, x > \alpha - 2$

⑤ $\beta - 2 < x < \alpha - 2$

해설

근과 계수와의 관계로부터 $\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = b$ 이므로

$$4a + b + 4 = -2(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 4 = (\alpha - 2)(\beta - 2),$$

$$2(a + 2) = 2a + 4 = -(\alpha + \beta) + 4 = -(\alpha + \beta - 4)$$

따라서, 주어진 이차부등식은

$$(\alpha - 2)(\beta - 2)x^2 - (\alpha + \beta - 4)x + 1 < 0$$

$$\therefore \{(\alpha - 2)x - 1\}\{(\beta - 2)x - 1\} < 0$$

$$\alpha > \beta > 2 \text{이므로 } \frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$$

15. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

(i) $x < 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq -2(x-1) + 3, \quad 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+5) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{5}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$

(ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq 2(x-1) + 3, \quad 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+1) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{1}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$

(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}$, $\beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

16. 임의의 실수 x, y 에 대하여 부등식 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + b > 0$ 이 항상 성립 할 때, 실수 a, b 의 조건으로 바른 것은?

① $a \neq 20, b < 25$

② $a = 20, 0 < b < 25$

③ $a = 20, b > 25$

④ $0 < a < 20, b > 25$

⑤ $0 < a \leq 20, 0 \leq b \leq 25$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한다

$$\Rightarrow x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0$$

항상 성립하려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$$

$$\Rightarrow (20 - a)y + 25 - b < 0$$

임의의 x, y 에 대해 성립하려면, $a = 20, b > 25$

17. 이차부등식 $ax^2 - bx + c < 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + cx + b > 0$ 의 해는?

① $-2 < x < 1$

② $-1 < x < 0$

③ $1 < x < 2$

④ $1 < x < 3$

⑤ $2 < x < 5$

해설

$x < -1$ 또는 $x > 3$ 인 해를 갖는 이차방정식이

1인 이차부등식은 $(x+1)(x-3) > 0$ 이므로,

$ax^2 - bx + c < 0$ 의 a 가 음수이고,

이 부등식은 $a(x+1)(x-3) < 0$ 과 같다.

따라서 $b = 2a$, $c = -3a$ 이고 주어진 부등식

$$ax^2 - 3ax + 2a = a(x^2 - 3x + 2)$$

$$= a(x-2)(x-1) > 0 \text{이 된다.}$$

$a < 0$ 이므로 만족하는 해는 $(x-1)(x-2) < 0$ 에서

$$1 < x < 2$$

18. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a 의 범위를 정할 때, $\alpha \leq a < \beta$ 이다. 이때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

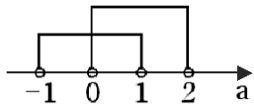
④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0 \text{에서 } -1 < a < 1$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0 \text{에서 } 0 < a < 2$$



그림에서 $a > 0$ 이므로 $1 \leq a < 2$

$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$

19. 두 대의 승용차 A , B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 v km로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A , B 의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시 일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

$$\text{시간을 } t \text{라 하면 } t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

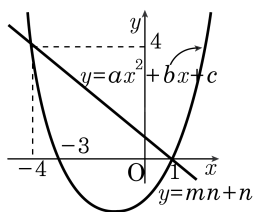
$$\text{승용차 } B \text{의 평균 속력은 } \frac{1}{2}(u + v) = y$$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

20. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉠ 연립방정식

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases} \text{의 해는}$$

$x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.

㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.

㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.

㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.

㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1}\right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1) \\ = ax^2 + 3ax - 4a$$

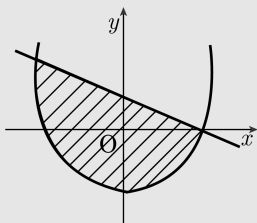
$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참



21. 이차함수 $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3 < a < 1$

② $-6 < a < -2$

③ $a \geq 3, a \leq -1$

④ $a \geq 0$

⑤ $a \leq 5$

해설

$$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$$

$$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$$

$$\Rightarrow -6 < a < -2$$

22. 연립부등식 $x^2 \leq 2x + 1 \leq x^2 + 4$ 의 해를 구하면?

① $1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$

② $1 - \sqrt{2} < x \leq 1 + \sqrt{2}$

③ $-1 - \sqrt{2} \leq x \leq -1 + \sqrt{2}$

④ 해는 없다.

⑤ 해는 모든 실수

해설

$$\begin{cases} x^2 \leq 2x + 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x + 1 \leq x^2 + 4 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} : x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$$

$$\textcircled{㉡} : x^2 - 2x + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + 2 \geq 0$$

해는 모든 수

$\therefore \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통범위는 $1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$

23. 두 부등식 $|x - a| < 2$, $x^2 - 2x + 1 - b^2 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 없도록 하는 양수 a, b 의 관계식은?

① $a - b \geq 3$

② $a - b \leq 3$

③ $a - b > 3$

④ $a - b < 3$

⑤ $a - b > -3$

해설

$$-2 < x - a < 2$$

$$\Rightarrow -2 + a < x < 2 + a$$

$$x^2 - 2x + 1 - b^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \{x - (1 + b)\} \{x - (1 - b)\} \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 - b \leq x \leq 1 + b$$

두 부등식의 공통범위가 없으려면

$$2 + a \leq 1 - b \text{ 이거나}$$

$$1 + b \leq -2 + a \text{ 이어야 한다}$$

$$\Rightarrow a + b \leq -1 \text{ 또는 } a - b \geq 3$$

24. 모든 내각의 크기가 180° 보다 작은 육각형의 각 변의 길이가 10, 2, 2, 1, $2x$, y 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값은? (단, x , y 는 자연수)

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 13

해설

다각형의 결정조건에 의해 $2x + y > 5$

x , y 는 자연수이므로,

$x = 2$, $y = 2$ 일 때 최소가 된다.

$$\therefore x^2 + y^2 = 8$$

25. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

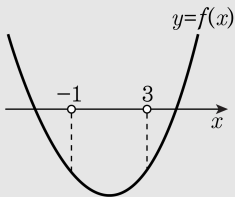
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



$$(i) \quad f(-1) \leq 0 \text{ 에서 } (-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0, k+3 \leq 0 \\ \therefore k \leq -3$$

$$(ii) \quad f(3) \leq 0 \text{ 에서 } 3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0, 9k+3 \leq 0 \\ \therefore k \leq -\frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.