

1. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

2. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
360의 소인수는 2, 3, 5
420의 소인수는 2, 3, 5, 7

3. 252를 소인수분해한 후, 소인수의 합을 바르게 구한 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7, \text{ 소인수 : } 2, 3, 7$$
$$2 + 3 + 7 = 12$$

4. x 는 108의 소인수이고, y 는 147의 소인수일 때, x, y 의 값을 모두 구하면?

① $x = 2, y = 3$

② $x = 2, 3, y = 3$

③ $x = 2, 3, y = 3, 5$

④ $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤ $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $x = 2, 3$, $y = 3, 7$ 이다.

5. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

- ① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

6. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

7. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

8. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$$

$$a + b + m + n = 13$$

9. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

10. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

540 $\times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

11. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

12. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

13. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

- ① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54 ⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

14. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

15. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

- ① $2 \times 3 \times 3$ ② $2^2 \times 5^2$ ③ 16
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

16. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

- ① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

17. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

18. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

19. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

20. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.

다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

21. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

- ① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

22. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 5 ③ 3×5 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

23. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$
가장 작은 자연수 x 는 2이다.

24. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{)252}$$

$$2 \overline{)126}$$

$$3 \overline{)63}$$

$$3 \overline{)21}$$

$$7$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값
중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

25. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

26. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

27. 90 에 가능한 한 작은 수 a 를 곱하여 어떤 수 b^2 이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는

$2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$90 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$= (2 \times 3 \times 5)^2$$

$$\therefore b = 30$$

따라서 $a+b = 10+30 = 40$ 이다.

28. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

29. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

30. 다음 중 63의 약수가 아닌 것을 고르면?

- ① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

31. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×5 ② $2^2 \times 5^2$ ③ 2×5^3
④ $2^3 \times 5$ ⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

32. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7)$ 의 약수는 $(2^2$ 의 약수) $\times(3$ 의 약수) $\times(7$ 의 약수)이다.

33. x 는 96의 약수일 때, x 값이 될 수 없는 것은?

① 2

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 2×3^3

⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로 2×3^3 은 96의 약수가 아니다.

34. 다음 중 100의 약수는?

① 30

② $5^2 \times 7^2$

③ 80

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100이다.

\times	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

35. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)

③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)

이다.

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

36. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4 ③ $3^2 \times 7 \times 11$
④ $3^2 \times 11^2 \times 13$ ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)
② $(1+1) \times (4+1) = 10$ (개)
③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
④ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
⑤ $9+1 = 10$ (개)

37. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

- ① $8, 3^3$ ② $21, 5 \times 7$ ③ $45, 2^2 \times 3$
④ $100, 2^{10}$ ⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

- ① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.
③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.
④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개)이다.
⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

38. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$ ③ $5^2 \times 11 \times 19$
④ $3^5 \times 5^2$ ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8 + 1 = 9$ (개)
② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)
⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

39. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3

② 2×3

③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$

⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

40. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③ 2×3^3

④ $3^2 \times 7^3$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

① $35 = 5 \times 7$,

$(1+1) \times (1+1) = 2 \times 2 = 4$ (개)

② $88 = 2^3 \times 11$,

$(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $(1+1) \times (3+1) = 2 \times 4 = 8$ (개)

④ $(2+1) \times (3+1) = 3 \times 4 = 12$ (개)

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

41. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$

㉡ $2^4 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 7$

㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉣, ㉤, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉣, ㉡, ㉤

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

42. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

① $2^4 \times 3^2$

② $2 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

43. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

44. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

45. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (a+1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a+1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

46. 자연수 135의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8, n=1, m=1$$

$$\text{그러므로 } n+m = 1+1 = 2$$

47. $2^2 \times 5^a \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 안에 들어갈 수는?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^a \times 7$ 이므로
약수의 개수는
 $(2+1) \times (a+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $\therefore a = 2$

48. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
 $(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore x = 3$

49. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

50. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

51. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

52. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

53. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

54. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

55. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 \square 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

56. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

57. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $5^2, 7^2$ 의 2 개

58. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는
(소수)² 이므로
150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5 개

59. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

60. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로
 $\square = 2^6 = 64$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9