

1. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $2a$, $3a$ 인 직육면체의 부피가 $12a^3 - 24a^2b$ 라고 할 때, 높이는?

① $a - 2b$

② $a - 4b$

③ $2a - 2b$

④ $2a - 4b$

⑤ $2a - 24b$

해설

직육면체의 높이 : h

직육면체의 부피 : $2a \times 3a \times h = 12a^3 - 24a^2b$

$$\therefore h = \frac{12a^3 - 24a^2b}{6a^2} = 2a - 4b$$

2. $abc = 1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{a(bc+b+1)} + \frac{abc}{ab(ca+c+1)} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{abc+ab+a} + \frac{abc}{a^2bc+abc+ab} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{1}{a+1+ab} \\ &= \frac{a+ab+1}{ab+a+1} = 1 \end{aligned}$$

3. $A = 3x - 2y$, $B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$

② $-2x - y$

③ $5x - y$

④ $3x - y$

⑤ $x - 3y$

해설

$$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$$

$B = 2x + y$ 이므로 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

4. $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{12}$ 중 유한소수인 것은 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2 나 5 뿐이어야 하므로
 $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}$ 의 5개이다.

5. $(5x^a)^b = 125x^9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$5^b = 125 = 5^3, b = 3$$

$$x^{ab} = x^9$$

$$ab = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

6. $\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3} \times \frac{2^5 + 2^5}{9^2 + 9^2 + 9^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

$$4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \times 4^3 = 4^4 = 2^8$$

$$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$\therefore \frac{3^6}{2^8} \times \frac{2^6}{3^5} = \frac{3}{4}$$

7. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

8. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에
알맞은 수는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a : b = 1 : 2$ 이므로 $b = 2a$

$$\begin{aligned}\square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2\end{aligned}$$

9. 상수 a, b 에 대하여 $3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} = ax + by$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} \\ &= 3x - 5y - (y - 4x - 6y) \\ &= 3x - 5y - (-4x - 5y) \\ &= 3x - 5y + 4x + 5y \\ &= 3x + 4x - 5y + 5y \\ &= (3 + 4)x + (-5 + 5)y \\ &= 7x \end{aligned}$$

이므로 $a = 7$, $b = 0$ 이다.

$$\therefore a + b = 7 + 0 = 7$$

10. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a+b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

(준식) $= 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$

11. $A = x(2x+1)$, $B = (8x^3+2x^2-6x) \div (-2x)$, $C = (2x^4y^2)^3 \div (2x^5y^3)^2$ 이다. $A - [2B - \{A + (B + C)\}]$ 를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$A = 2x^2 + x, B = -4x^2 - x + 3, C = 2x^2$$

$$A - [2B - \{A + (B + C)\}]$$

$$= 2A - B + C$$

$$= 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2$$

$$= 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2$$

$$= 10x^2 + 3x - 3$$

$$\therefore 10 + 3 + (-3) = 10$$

12. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

13. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 99

해설

$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 a 는 어떤 수가 되도 유한 소수로 나타낼 수 있다.
따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

14. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.
따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.
 $\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.
따라서 $a + b = 83$ 이다.

15. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.\overline{abc}$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$a = 5, b = 7, c = 6$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 18$$

16. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$	㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$
㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$	㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{㉢} \left(\frac{1}{3}a^4b^2\right)^2 = \frac{a^8b^4}{9}$$

$$\textcircled{㉣} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} = \frac{a^3b^4}{81}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^3}{27}$$

17. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

㉠ $-4a^4b^5$

㉡ $-2a^6b^3$

㉢ $4a^5b^4$

㉣ $-4a^6b^3$

㉤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\ &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\ &= -4a^4b^5\end{aligned}$$

18. $x = 0.8$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8$ 일 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, \quad 9x+9 = 11, \quad x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

19. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x}+0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x})$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 3 \left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9} \right) - 2 \left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999} \right) \\
 &= \frac{1}{3}(x+y) - \frac{2}{9}(x+y) \\
 &= \frac{1}{9}(x+y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1+3) = \frac{4}{9}, \\
 f(4, 2) &= \frac{1}{9}(4+2) = \frac{2}{3} \\
 f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2) &\text{ 이므로} \\
 \frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x+y) \leq \frac{2}{3}, \quad \therefore 4 \leq x+y \leq 6 \\
 x, y &\text{ 가 자연수이므로} \\
 x = 1 \text{ 일 때, } y &= 3, 4, 5 \\
 x = 2 \text{ 일 때, } y &= 2, 3, 4 \\
 x = 3 \text{ 일 때, } y &= 1, 2, 3 \\
 x = 4 \text{ 일 때, } y &= 1, 2 \\
 x = 5 \text{ 일 때, } y &= 1
 \end{aligned}$$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $3 \times 3 + 2 + 1 = 12$ (개) 이다.

20. 한 자리 자연수 a, b 에 대하여, $0.\dot{6}\dot{7} - 0.\dot{3} = 0.a\dot{b}$ 일 때, $a \times 0.\dot{b}$ 을 순환소수로 바르게 나타낸 것은?

① $0.\dot{2}\dot{1}$ ② $0.2\dot{1}$ ③ $0.\dot{2}$ ④ $1.\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{4}\dot{1}$

해설

$$0.\dot{6}\dot{7} - 0.\dot{3} = \frac{61}{90} - \frac{3}{9} = \frac{31}{90} = 0.3\dot{4} \text{ 이므로 } a = 3, b = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a \times 0.\dot{b} = 3 \times 0.\dot{4} = 3 \times \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = 1.\dot{3} \text{ 이다.}$$