

1. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

2. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기

2 4 5 7 9 11 12

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 9

▷ 정답: 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

3. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

① $26 = 2 \times 13$

② $36 = 2^3 \times 3^2$

③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

4. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉤ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉤ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

5. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

6. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

7. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

8. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① 360의 소인수는 2개다.

② 420의 소인수는 3개다.

③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.

④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.

⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로

360의 소인수는 2, 3, 5

420의 소인수는 2, 3, 5, 7

9. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$ 이므로

따라서 n 은

$$n = 2 \times 1^2 = 2$$

$$n = 2 \times 2^2 = 8$$

$$n = 2 \times 3^2 = 18$$

$$n = 2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

10. 18 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$18 = 2 \times 3^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 2 이다.

11. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

12. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

13. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

14. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

15. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로

$f(30) = (1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$

약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

16. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다.
이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$,
 $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

17. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$ (개)이므로 $x + 1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 A 의 값은 3이다.

18. 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 는 x 를 8 로 나눈 나머지, $g(x)$ 는 x 를 9 로 나눈 나머지라고 정의할 때, $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$ 을 만족하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 82

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4, f(5) = 5, f(6) = 6, f(7) = 7, f(8) = 0, f(9) = 1, \dots$

→ 연속되는 8 개의 수의 나머지의 합은 28 이다.

→ $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100) = 28 \times 12 + 1 + 2 + 3 + 4 = 346$

$g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 3, g(4) = 4, g(5) = 5, g(6) = 6, g(7) = 7, g(8) = 8, g(9) = 0, g(10) = 1, \dots$

→ 연속되는 9 개의 수의 합은 36 이다.

→ $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$

→ $346 + g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 671$

→ $g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 325 = 36 \times 9 + 1$

→ 연속되는 9 개의 수가 9 썩 있고 뒤에 1 개의 수가 더 있다.

∴ $n = 9 \times 9 + 1 = 82$

19. 네 자리 자연수 $b3a1$ 이 11 의 배수이고, $c581$ 이 9 의 배수일 때, $\frac{a+b}{c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0 이거나 11 의 배수이면 되므로,

$a + b - 4 = 11k$ 이므로, $a + b = 4, 15$ 이다.

9 의 배수는 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이므로
 $c + 5 + 8 + 1 = 9n$ 이므로, $c = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{a+b}{c} = 1, \frac{15}{4}$$

20. 다음 네 장의 숫자 카드 중에서 2 장을 골라 만들 수 있는 두 자리 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

2 를 제외한 소수는 홀수이므로 먼저 홀수를 만들어보면
13, 21, 23, 31, 41, 43이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

$\therefore$ 13, 23, 31, 41, 43의 5개이다.