1. 다음 중 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ 의 해는?

① $(1,\ 4)$ ② $(2,\ 3)$ ③ $(3,\ 2)$

④ $(4,\ 1)$ ⑤ $(5,\ 0)$

해설

$\begin{cases} x+y=5 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ 에 각각의 해를 대입해보면 $(2,\ 3)$ 을 만족한다.

2. 연립방정식 $3x+y=4,\ 9x+3y=8$ 의 해의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

연립방정식 $3x+y=4\cdots①,\ 9x+3y=8\cdots②$ 의 해를 구한다.
$①\times 3$하면 $9x+3y=12$이고 ②와 비교하면
$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ 이므로 해가 없다.

3. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=7 \\ bx=ay-9 \end{cases}$ 의 해가 $(-1,\ 3)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -8

해설

연립방정식에 $x=-1$, $y=3$ 을 대입하면 $\begin{cases} -a+3b=7\cdots① \\ -b=3a-9\cdots② \end{cases}$, ②를 정리하면 $b=-3a+9\cdots③$ 이다. 대입법을 이용하여 ③을 ①에 대입하고 정리하면 $a=2$ 가 나온다.

4. 두 자리 자연수가 있다. 이 수의 각 자리의 숫자의 합은 8, 차는 2이다. 이 수를 구하면? (단, 십의 자리의 숫자가 일의 자리 숫자보다 크다.)

① 17 ② 26 ③ 53 ④ 58 ⑤ 63

해설

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=5$, $y=3$이다.
따라서 구하는 수는 53이다.

5. 볼펜 2자루와 연필 4자루의 값은 780 원, 볼펜 3자루와 연필 2자루의 값은 690 원으로 할 때, 연필 한 자루와 볼펜 한 자루의 값을 더하면 얼마인가?

① 150 원 ② 250 원 ③ 270 원

④ 370 원 ⑤ 400 원

해설

연필 한 자루 값 : x 원
볼펜 한 자루의 값 : y 원

$$\begin{cases} 4x+2y=780 \\ 2x+3y=690 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=390 & \cdots ① \\ 2x+3y=690 & \cdots ② \end{cases}$$

② – ① 하면 $y=150,\ x=120$ 이다.

$\therefore\ x+y=120+150=270$(원)

6. 두 순서쌍 $(3,\ -1)$, $(b,\ 4)$ 이 일차방정식 $ax+2y-4=0$ 의 해일 때, $a,\ b$ 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $b=-2$

해설

주어진 순서쌍을 차례로 식에 대입한다.
$a\times 3+2\times(-1)-4=3a-6=0$ 에서
$a=2$
$2b+2\times 4-4=2b+4=0$ 에서
$b=-2$

7. 다음 두 쌍의 연립방정식의 해가 서로 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x+2y=13 \\ ax-8y=11 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=7 \\ -x+by=1 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{cases} x+2y=13 \cdots ① \\ x-y=7 \cdots ② \end{cases}$$

① + ② × 2 를 하면

$x=9,\ \ y=2$

$ax-8y=11$ 에 점 $(9,\ 2)$ 를 대입

$9a-16=11$

$9a=27$

$\therefore a=3$

$-x+by=1$ 에 점 $(9,\ 2)$ 를 대입

$-9+2b=1$

$2b=10$

$\therefore b=5$

$\therefore ab=3\times 5=15$

8. 연립방정식 $\frac{x-2}{3}=\frac{3(2y-1)-1}{4}=2$ 를 만족하는 y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=2$

해설

$$\begin{cases}\frac{x-2}{3}=2 & \cdots ① \\ \frac{3(2y-1)-1}{4}=2 & \cdots ②\end{cases}$$

①식 양변에 3 을 곱하고 ②식 양변에 4 를 곱한다.

$$\begin{cases}x-2=6 \\ 3(2y-1)-1=8\end{cases}$$

$\therefore\ x=8,\ y=2$

9. 연립방정식 $\begin{cases}(a-1)x+y=2\\ 2ax+y=a-1\end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면 $\{(a-1)-2a\}x=2-(a-1)$ 이 되는데 이 식이 $0\cdot x=k\ (k\neq 0)$ 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-a-1=0$, $a=-1$ 이다.

10. 학교에 갔다 오는데 갈 때는 시속 2km 로 걷고, 올 때에는 5km 가 더 먼 길을 시속 4km 로 걸었다. 가고 오는데 모두 7 시간이 걸렸다면 올 때 걸은 거리를 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{38}{3}$ km

해설

갈 때 걸은 거리를 $x$km , 올 때 걸은 거리를 $y$km 라 하면

$$\begin{cases} y = x + 5 \cdots ㉠ \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 7 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡의 양변에 4 를 곱하면 $2x + y = 28$,

㉠을 $2x + y = 28$ 에 대입하면 $2x + x + 5 = 28$

$3x = 23$

$\therefore x = \frac{23}{3}$, $y = \frac{38}{3}$

$\therefore$ 갈 때 걸은 거리 $\frac{23}{3}$km , 올 때 걸은 거리 $\frac{38}{3}$km

11. 배를 타고 강을 30 km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\begin{cases} \dfrac{30}{x-y}=3 \\ \dfrac{30}{x+y}=1.5 \end{cases}$

② $\begin{cases} \dfrac{30}{x+y}=3 \\ \dfrac{30}{x-y}=1.5 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 3(x+y)=30 \\ 1.5(x+y)=30 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 3(x+y)=30 \\ 1.5(x-y)=30 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3(x-y)=30 \\ 1.5(x+y)=30 \end{cases}$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,
내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$\dfrac{30}{x-y}=3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y)=30$

$\dfrac{30}{x+y}=1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y)=30$

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases}$ 에서 $a,\ b$ 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=2,\ y=1$ 을 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=2$

해설

잘못된 식에 $x,\ y$ 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx+ay=-13 \\ ax+by=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+2b=-13 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$$

$\therefore\ a=3,\ b=-8$

따라서

$$\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-8y=-13 \\ -8x+3y=-2 \end{cases}$$

하면, $x=1,\ y=2$ 이다.

13. 농도가 서로 다른 두 종류의 소금물 A , B 가 있다. A 를 100g , B 를 200g 섞으면 농도가 9% 인 소금물이 되고 A 를 200g , B 를 100g 섞으면 농도가 5% 인 소금물이 된다. 이 두 소금물 A , B 의 농도를 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답 : %

▷ 정답 : A = 1 %

▷ 정답 : B = 13 %

해설

A : x% , B : y%

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{9}{100} \times 300 \cdots ① \\ \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{5}{100} \times 300 \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 27 \cdots ③ \\ 2x + y = 15 \cdots ④ \end{cases}$$

④ × 2 − ③을 하면 $3x = 3$

$\therefore\ x = 1,\ y = 13$

14. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x+1}-\dfrac{3}{y-1}=6 \end{cases}$ 의 해가

$x=a,\ y=b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\dfrac{1}{x+1}=X,\ \dfrac{1}{y-1}=Y$ 라 하면

$\begin{cases} 2X+3Y=2 \cdots ㉠ \\ 2X-3Y=6 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡하면

$4X=8$ 에서 $X=2$, $Y=-\dfrac{2}{3}$

$X=\dfrac{1}{x+1}$ 이므로

$\dfrac{1}{x+1}=2,\ x+1=\dfrac{1}{2},\ x=-\dfrac{1}{2}$

$Y=\dfrac{1}{y-1}$ 이므로

$\dfrac{1}{y-1}=-\dfrac{2}{3},\ 2(y-1)=-3,\ y=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a-b=\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$

15. 자연수 a, b 에 대하여 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$ 가 무수히 많은 해집합을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$

$x+y-az=0 \cdots ㉠$

$x+2y-3bz=0 \cdots ㉡$

$x+2abz=0 \cdots ㉢$

㉢에서 $x=-2abz$ 이므로 ㉠에 대입하면

$-2abz+y-az=0$

$y=(2ab+a)z \cdots ㉣$

㉡에 ㉢, ㉣을 대입하면 $(2ab+2a-3b)z=0$

그런데 $z \neq 0$ 이므로

$2ab+2a-3b=0$, $2a(b+1)=3b$

$\therefore 2a = \frac{3b}{b+1} = 3 - \frac{3}{b+1}$

이때, a, b 는 자연수이므로 $b+1=3$, $\therefore a=1, b=2$

따라서 $a+b=3$