

1. 다음 중 연립방정식 $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 의 해는?

① (1, 4)

② (2, 3)

③ (3, 2)

④ (4, 1)

⑤ (5, 0)

해설

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

에 각각의 해를 대입해보면 (2, 3) 을 만족한다.

2. 연립방정식 $3x + y = 4$, $9x + 3y = 8$ 의 해의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

연립방정식 $3x + y = 4 \cdots \textcircled{1}$, $9x + 3y = 8 \cdots \textcircled{2}$ 의 해를 구한다.

① $\times 3$ 하면 $9x + 3y = 12$ 이고 ②와 비교하면

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ 이므로 해가 없다.

3. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx = ay - 9 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, 3)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ -2

⑤ -8

해설

연립방정식에 $x = -1$, $y = 3$ 을 대입하면

$$\begin{cases} -a + 3b = 7 \cdots ① \\ -b = 3a - 9 \cdots ② \end{cases}, \text{ ②를 정리하면 } b = -3a + 9 \cdots ③ \text{ 이}$$

다. 대입법을 이용하여 ③을 ①에 대입하고 정리하면 $a = 2$ 가 나온다.

4. 두 자리 자연수가 있다. 이 수의 각 자리의 숫자의 합은 8, 차는 2이다. 이 수를 구하면? (단, 십의 자리의 숫자가 일의 자리 숫자보다 크다.)

① 17

② 26

③ 53

④ 58

⑤ 63

해설

십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 5$, $y = 3$ 이다.

따라서 구하는 수는 53이다.

5. 볼펜 2자루와 연필 4자루의 값은 780 원, 볼펜 3자루와 연필 2자루의 값은 690 원으로 할 때, 연필 한 자루와 볼펜 한 자루의 값을 더하면 얼마인가?

① 150 원

② 250 원

③ 270 원

④ 370 원

⑤ 400 원

해설

연필 한 자루 값 : x 원

볼펜 한 자루의 값 : y 원

$$\begin{cases} 4x + 2y = 780 \\ 2x + 3y = 690 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 390 & \dots \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 690 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ① 하면 $y = 150$, $x = 120$ 이다.

$\therefore x + y = 120 + 150 = 270$ (원)

6. 두 순서쌍 $(3, -1)$, $(b, 4)$ 이 일차방정식 $ax + 2y - 4 = 0$ 의 해일 때, a , b 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -2$

해설

주어진 순서쌍을 차례로 식에 대입한다.

$$a \times 3 + 2 \times (-1) - 4 = 3a - 6 = 0 \text{에서}$$

$$a = 2$$

$$2b + 2 \times 4 - 4 = 2b + 4 = 0 \text{에서}$$

$$b = -2$$

7. 다음 두 쌍의 연립방정식의 해가 서로 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \\ ax - 8y = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 7 \\ -x + by = 1 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \cdots ① \\ x - y = 7 \cdots ② \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 를 하면

$$x = 9, y = 2$$

$ax - 8y = 11$ 에 점 $(9, 2)$ 를 대입

$$9a - 16 = 11$$

$$9a = 27$$

$$\therefore a = 3$$

$-x + by = 1$ 에 점 $(9, 2)$ 를 대입

$$-9 + 2b = 1$$

$$2b = 10$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore ab = 3 \times 5 = 15$$

8. 연립방정식 $\frac{x-2}{3} = \frac{3(2y-1)-1}{4} = 2$ 를 만족하는 y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2$

해설

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = 2 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{3(2y-1)-1}{4} = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식 양변에 3 을 곱하고 ②식 양변에 4 를 곱한다.

$$\begin{cases} x-2=6 \\ 3(2y-1)-1=8 \end{cases}$$

$$\therefore x=8, y=2$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} (a-1)x + y = 2 \\ 2ax + y = a-1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면 $\{(a-1) - 2a\}x = 2 - (a-1)$ 이 되는데 이 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-a-1=0$, $a=-1$ 이다.

10. 학교에 갔다 오는데 갈 때는 시속 2km 로 걷고, 올 때에는 5km 가 더 먼 길을 시속 4km 로 걸었다. 가고 오는데 모두 7 시간이 걸렸다면 올 때 걸은 거리를 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{38}{3}$ km

해설

갈 때 걸은 거리를 x km , 올 때 걸은 거리를 y km 라 하면

$$\begin{cases} y = x + 5 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 7 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡의 양변에 4 를 곱하면 $2x + y = 28$,

㉠을 $2x + y = 28$ 에 대입하면 $2x + x + 5 = 28$

$$3x = 23$$

$$\therefore x = \frac{23}{3} , y = \frac{38}{3}$$

$\therefore$ 갈 때 걸은 거리 $\frac{23}{3}$ km , 올 때 걸은 거리 $\frac{38}{3}$ km

11. 배를 타고 강을 30 km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

①
$$\begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x-y) = 30 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \rightarrow 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \rightarrow 1.5(x+y) = 30$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -13 \\ bx + ay = -2 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고

풀었더니 $x = 2, y = 1$ 을 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $y = 2$

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx + ay = -13 \\ ax + by = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + 2b = -13 \\ 2a + b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 3, b = -8$$

따라서

$$\begin{cases} ax + by = -13 \\ bx + ay = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 8y = -13 \\ -8x + 3y = -2 \end{cases}$$

하면, $x = 1, y = 2$ 이다.

13. 농도가 서로 다른 두 종류의 소금물 A, B 가 있다. A 를 100g, B 를 200g 섞으면 농도가 9% 인 소금물이 되고 A 를 200g, B 를 100g 섞으면 농도가 5% 인 소금물이 된다. 이 두 소금물 A, B 의 농도를 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답 : %

▷ 정답 : A = 1 %

▷ 정답 : B = 13 %

해설

A : $x\%$, B : $y\%$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{9}{100} \times 300 \cdots ① \\ \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{5}{100} \times 300 \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 27 \cdots ③ \\ 2x + y = 15 \cdots ④ \end{cases}$$

④ $\times 2$ - ③ 을 하면 $3x = 3$

$\therefore x = 1, y = 13$

14. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-1} = 6 \end{cases}$ 의 해가

$x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{1}{x+1} = X, \frac{1}{y-1} = Y \text{라 하면}$$

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 2 \cdots \textcircled{A} \\ 2X - 3Y = 6 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 하면

$$4X = 8 \text{에서 } X = 2, Y = -\frac{2}{3}$$

$$X = \frac{1}{x+1} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{x+1} = 2, x+1 = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

$$Y = \frac{1}{y-1} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{y-1} = -\frac{2}{3}, 2(y-1) = -3, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a - b = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

15. 자연수 a, b 에 대하여 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$ 가 무수히 많은 해집합을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$$

$$x+y-az=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x+2y-3bz=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x+2abz=0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢에서 $x = -2abz$ 이므로 ㉠에 대입하면

$$-2abz + y - az = 0$$

$$y = (2ab + a)z \cdots \textcircled{㉣}$$

㉡에 ㉢, ㉣을 대입하면 $(2ab + 2a - 3b)z = 0$

그런데 $z \neq 0$ 이므로

$$2ab + 2a - 3b = 0, \quad 2a(b+1) = 3b$$

$$\therefore 2a = \frac{3b}{b+1} = 3 - \frac{3}{b+1}$$

이때, a, b 는 자연수이므로 $b+1 = 3$, $\therefore a = 1, b = 2$

따라서 $a+b = 3$