

1. x 가 -2, -1, 0, 1, 2 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에서

$x = -2$ 를 대입하면

$2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$

$x = -1$ 을 대입하면

$2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$

$x = 0$ 을 대입하면 $2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$

$x = 1$ 을 대입하면 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

2. 이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$x = -2 \text{ 을 } 12 - 2a - 4 = 0 \text{ 에 대입하면 } a = 4$$

$$\text{즉, } 3x^2 + 4x - 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 다른 한 근은 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

3. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$3x^2 - 8x + 1 = 0$

- ① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$

③

 $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$
- ④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$A = 2, B = 5,$$

$$\therefore A + B = 7$$

5. n 명 중에서 2 명을 뽑아 줄을 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 가지이다. 어느 동호회에서 회장과 부회장 2 명을 뽑는 경우의 수가 156 가지 일 때, 동호회 회원은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 13명

해설

$n(n-1) = 156$ 이므로
 $n^2 - n - 156 = 0$ 이고,
 $(n+12)(n-13) = 0$ 이다.
 따라서 $n = 13$ (n 은 자연수) 이다.

6. 연속하는 3개의 양의 홀수를 제공하여 더한 것이 251 일 때, 이 연속하는 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x , $x+2$ 라고 하면,
 $(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$
 $3x^2 + 8 = 251, x = \pm 9, x > 0$ 이므로 $x = 9$ 이다.
 $\therefore$ 연속하는 세 홀수 : 7, 9, 11

7. $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(4, -1)$ 을 지났다. p 의 값이 될 수 있는 것을 모두 합하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

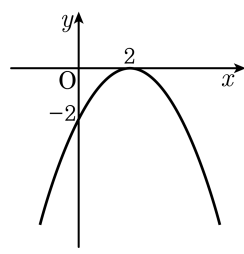
⑤ 9

해설

$y = -(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $-1 = -(4-p)^2$
 $p = 3$ 또는 $p = 5$, $3+5=8$ 이다.

8. 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 해는?

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$
④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$



해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이므로 $b = 2$ 이다.

$y = a(x-2)^2$ 이 점 (0, -2) 를 지나므로

$$-2 = a(0-2)^2$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$ax^2 + bx - 2 = 0$ 에 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ 를 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

9. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x-2)^2 + q \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + q \\ 2p &= -2 \quad \therefore p = -1 \end{aligned}$$

10. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼씩 평행 이동하면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

- ① x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
② x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{5}{4}$
③ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
④ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$
⑤ x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$

해설

$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 (0, 1)

$y = x^2 + 3x + 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

이므로

x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열 방법으로 옳게 나타낸 것은?

- ① $\{1, 2\}$
- ② $\{1, 2, 3\}$
- ③ $\{1, 2, 4\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$
 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
 $A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$

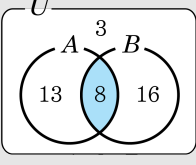
12. 우리 반 학생 40명 중에서 수학경시 대회에 참석한 학생은 30명, 영어 말하기 대회에 참석한 학생은 26명, 수학 경시대회에만 참석한 학생은 8명이다. 이때 수학 경시대회와 영어 말하기 대회에 모두 참석한 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 22명

해설

전체 학생을 U , 수학 경시 대회에 참석한 학생을 A , 영어 말하기 대회에 참석한 학생을 B 라 할 때, 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 대회에 모두 참석한 학생 수는 22명이다.

13. 다음은 $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ 일 때 부등식 $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} abc + 2 &> a + b + c \\ &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - a < (\text{㉢})$
같은 방법으로 $(\text{㉡}) < 1 - b < (\text{㉢})$,
 $(\text{㉡}) < 1 - c < (\text{㉢})$
또한 $|ab| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - ab < (\text{㉢})$
따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) > (\text{㉡})$
이므로 $abc + 2 > a + b + c$

- ① $(1 + a)(1 + b), 0, 2$

② $(1 - a)(1 + b), 0, 2$
- ③ $(1 + a)(1 + b), -1, 1$

④ $(1 - a)(1 - b), 0, 2$
- ⑤ $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

해설

$$\begin{aligned} abc + 2 > a + b + c &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= abc - ab - c + 1 + 1 + ab - a - b \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $-1 < a < 1$ 이므로 $0 < 1 - a < 2$
 $|b| < 1$ 이므로 $-1 < b < 1$ 이므로 $0 < 1 - b < 2$
 $|c| < 1$ 이므로 $-1 < c < 1$ 이므로 $0 < 1 - c < 2$
또한 $|ab| < 1$ 이므로 $0 < 1 - ab < 2$
따라서 $abc + 2 - (a + b + c)$
 $= (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) > 0$
이므로 $abc + 2 > a + b + c$

14. $f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때

$\frac{2x}{-x+2} = 2$ 에서 $2x = 2(-x+2)$, $2x = -2x+4$

$\therefore x = 1$

이것을 주어진 식에 대입하면

$f\left(\frac{2}{-1+2}\right) = 1 - 3$

$\therefore f(2) = -2$

15. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

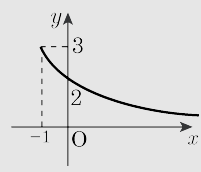
여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

16. 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq -1\}$ 이다.
 - ② 치역은 $\{y \mid y \geq 3\}$ 이다.
 - ③ 그래프는 점 $(-1, 3)$ 을 지난다.
 - ④ 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
 - ⑤ 그래프는 제 2사분면을 지난다.

해설

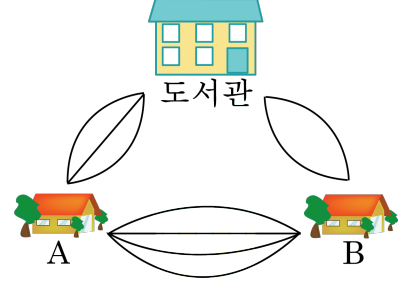


$$y = -\sqrt{x+1} + 3$$

- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 3\}$ 이다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

17. A 군의 집과 B 양의 집에서 도서관으로 직접 가는 길은 각각 3 가지, 2 가지가 있고, A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 가는 길은 4 가지가 있다. A 군의 집을 출발하여 B 양의 집과 도서관을 각각 한 번씩만 들린 후 다시 A 군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는?



- ① 18 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

(i) A 군의 집에서 도서관을 거쳐 B 양의 집으로 간 다음도서관을 거치지 않고 A 군의 집으로 되돌아오는방법의 수는 $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

(ii) A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 간 다음 도서관을 거쳐 A 군의 집으로 되돌아오는방법의 수는 $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

따라서, 구하는 방법의 수는 $24 + 24 = 48$ (가지)

18. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A , 50 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 1 개 :
 $(A, B) = (6, 2), (5, 4), (4, 6),$
 $(3, 8), (2, 10), (1, 12)$
(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$
∴ 총 7가지

19. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$$

20. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32 ② 48 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$$\therefore 3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144(\text{가지})$$

21. 서로 다른 6 송이의 꽃을 2 송이씩 3 다발로 나누어 3 명에게 선물하는 모든 방법의 수는?

① 45

② 90

③ 120

④ 180

⑤ 225

해설

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

22. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

23. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

24. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 2p = q + r & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $p = 3$

$$(100r + 10q + 3) + 99 = 100 \times 3 + 10q + r$$

$$\therefore r = 2, q = 4$$

따라서 구하는 수는 243 이다.

25. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.

26. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

- ① $\{0\}$
- ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{0, 1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$
이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

27. 세 집합 A, B, C 가 $A \cup B = C, B \cap C = C$ 를 만족할 때, 다음 중 두 집합 A, B 사이의 관계로 옳은 것은?

- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $A \cup B = \emptyset$
- ③ $A^c \cup B^c = \emptyset$
- ④ $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A \cup B = C$ 에서 $A \subset C, B \subset C \cdots \textcircled{1}$

$B \cap C = C$ 에서 $C \subset B \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $B = C$

따라서 $A \subset C, B = C$ 이므로 $A \subset B$

$\therefore A - B = \emptyset$

28. 자연수 전체의 두 부분집합 A, B 가 각각 $A = \{a \mid a \text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $B = \{b \mid b \text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 일 때, $(B - A) \cup X = X$, $B \cap X = X$ 를 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14 개 ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $B - A = \{8, 16\}$

또 $(B - A) \cup X = X$ 에서

$(B - A) \subset X$, $B \cap X = X$ 에서 $X \subset B$ 이므로 $(B - A) \subset X \subset B$

$\therefore \{8, 16\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 8, 16\}$

즉, 집합 X 는 8, 16 을 반드시 원소로 갖는 집합 B 의 부분집합
이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

29. 두 집합 $A = \{3, a + 1, 9\}$, $B = \{a - 1, a, a + 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{5, 9\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A - B = \{5, 9\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

$$a + 1 = 5$$

$$\therefore a = 4$$

30. 지윤이네 학교 학생 170 명 중 A 문제를 푼 학생이 80 명, B 문제를 푼 학생이 90 명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15 명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

전체집합을 U , A 문제를 푼 학생들의 집합을 A , B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 170$$

$$n(A) = 80, n(B) = 90, n(A \cap B) = 15$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

31. 다음은 ‘자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.’라는 명제를 대우를 이용하여 증명하는 과정이다. (가), (나), (다), (라), (마)에 들어갈 알맞은 식 또는 수끼리 짝지은 것을 고르면?

대우는 ‘자연수 n 에 대하여, n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 3의 배수가 아니다.’이다. 3의 배수가 아닌 자연수 n 은 3으로 나누면 나머지가 1 또는 2이므로
 $n = (\text{가})$ 또는 $n = (\text{나})$ (단, k 는 음이 아닌 정수)로 가정할 수 있다.
(i) $n = (\text{가})$ 일 때
 $n^2 = 3(\text{다}) + 1$
(ii) $n = (\text{나})$ 일 때
 $n^2 = 3(\text{라}) + 1$
이 되어 n^2 은 3으로 나누면 나머지가 (마)인 자연수가 된다.
(i), (ii)에 의하여 n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 3의 배수가 아니다. 그러므로 주어진 명제는 참인 명제이다.

① $3k - 2, 3k - 1, (3k^2 + 2k), (3k^2 + 4k + 1), 2$

② $3k - 1, 3k - 2, (3k^2 - 4k + 1), (3k^2 - 2k), 1$

③ $3k + 2, 3k + 1, (3k^2 + 2k), (3k^2 + 4k + 1), 2$

④ $3k - 2, 3k - 1, (3k^2 - 4k + 1), (3k^2 - 2k), 1$

⑤ $3k + 1, 3k + 2, (3k^2 + 2k), (3k^2 + 4k + 1), 1$

해설

3의 배수가 아닌 수들은 3으로 나뉘서 1 또는 2가 남아야 하므로 $3k + 1$ 또는 $3k + 2$ 이어야 한다.
제곱을 하여 계산하면 (다), (라)는 각각 $(3k^2 + 2k), (3k^2 + 4k + 1)$ 가 되고, 나머지가 1인 자연수가 된다.
따라서 주어진 명제는 참인 명제이다.

32. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = x + 4$, $g(x) = -2x + 3$ 이고 $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x) = f(x)$ 가 성립할 때, $h^{-1}(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

두 함수 $f(x) = x + 4$, $g(x) = -2x + 3$ 에 대하여

$f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$ 이므로

$g^{-1} \circ h = f \circ f$, $h = g \circ f \circ f$

$\therefore h(x) = g(f(f(x)))$

$= g(f(x + 4))$

$= g((x + 4) + 4)$

$= g(x + 8)$

$= -2(x + 8) + 3 = -2x - 13$

$h^{-1}(5) = a$ 라고 하면 $h(a) = 5$

$-2a - 13 = 5$, $-2a = 18$

$\therefore a = -9$

$\therefore h^{-1}(5) = -9$

33. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- I. $f(0) = g(0) = -1$
- II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
- III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

- ① I
- ② I, II
- ③ I, III
- ④ II, III
- ⑤ I, II, III

해설

- I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$
 $\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>
- II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로
$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$
$$= \frac{x+1}{x-1}$$
$$= \frac{1}{f(x)}$$
$$= g(x)$$
 -<참>
- III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$
따라서, 점근선은 $x = 0, y = 1$
 $y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$
따라서 점근선은 $x = 0, y = 1$ -<참>
따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

34. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ☐㉠ 5의 배수의 모임

☐㉡ 가장 작은 자연수의 모임

☐㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임

☐㉣ 50에 가까운 수의 모임

☐㉤ 유명한 축구 선수의 모임

- ☐① ㉠

☐② ㉠, ㉡

☒③ ㉠, ㉡, ㉢

☐④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

☐⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ☐㉢ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

☐㉤ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

35. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 우리 중학교에서 키가 큰 학생의 모임
- ② 우리 중학교에서 학급 회장들의 모임
- ③ 0 보다 크고 1 보다 작은 자연수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수의 모임

해설

- ① ‘키가 큰’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수는 알 수 없다.

36. 다음에서 집합인 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 귀여운 새들의 모임

㉡ 우리나라 중학생의 모임

㉢ 작은 수의 모임

㉣ 삼각형의 모임

㉤ 우리 반에서 수학을 잘 하는 학생의 모임

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다. 따라서 집합인 것은 우리나라 중학생의 모임과 삼각형의 모임이다. 따라서 2 개이다.

37. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1 시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

38. 자연수를 원소로 갖는 집합 A 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수는?

$x \in A \text{ 이면 } \frac{16}{x} \in A$

- ① 4 개
- ② 5 개
- ③ 6 개
- ④ 7 개
- ⑤ 8 개

해설

$1 \in A$ 이면 $\frac{16}{1} = 16 \in A$,
 $2 \in A$ 이면 $\frac{16}{2} = 8 \in A$,
 $4 \in A$ 이면 $\frac{16}{4} = 4 \in A$
따라서 집합 A 는
(4), (1, 16), (2, 8), (1, 4, 16) , (2, 4, 8),
(1, 2, 8, 16), (1, 2, 4, 8, 16)의 7개이다.

39. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x + y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x + y)^2 + 3x + y &= (x + y)^2 + 3(x + y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x + y)^2 + 3(x + y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.

40. $x = 5 + 4\sqrt{3}$, $y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y &= 5 \\(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 &= 0 \\(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) &= 0 \\x + 2y = 1 \text{ 또는 } x + 2y &= -5 \\(\text{i}) \ x + 2y = 1 \text{ 일 때} \\(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) &= 1 \\5 + 2a &= 1 \\\therefore a &= -2 \\(\text{ii}) \ x + 2y = -5 \text{ 일 때} \\5 + 2a &= -5 \\\therefore a &= -5 \\(\text{i}), (\text{ii}) \text{에서 } a = -2 \text{ 또는 } a &= -5 \\\therefore -2 - 5 &= -7\end{aligned}$$