

1. 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

① $x \leq -3$

② $-2 < x \leq 1$

③ $-1 \leq x < 2$

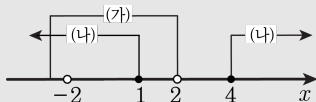
④ $0 < x \leq 2$

⑤ $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x+2)(x-2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots (가) \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \cdots (나) \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면
 $-2 < x \leq 1$ 이다.



2. 두 점 $A(-3, 1)$, $B(2, 5)$ 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

3. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

4. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 A(2, -1), B(-3, 5), C(a, b)이고 무게중심의 좌표가 G(-1, 1)일 때, a와 b의 차 $a - b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 5

해설

세 점을 알 때 무게중심을 구하는 공식에서

$$\{2 + (-3) + a\} \div 3 = -1$$

$$\therefore a = -2$$

$$\{(-1) + 5 + b\} \div 3 = 1$$

$$\therefore b = -1$$

따라서, $a - b$ 의 값은 $-2 - (-1) = -1$

5. 점 $(4, 1)$ 과 직선 $4x - 3y - 9 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면, $\Rightarrow \frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

6. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

7. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
$$a^2 - 3a \leq 0$$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

8. 세 점 A (2, 1), B (-k+1, 3), C (1, k+2)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2,1) , B(-k + 1,3) , C(1,k + 2) 가 같은 직선 위에 있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

9. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$

② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

④ $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 2$

해설

원의 중심 : $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (0, 3)$

반지름 : $\frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2}$

$\therefore$ 원의 방정식 : $x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$

10. 두 점 (1, 2), (2, 1)을 지나고, x 축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

① 4

② 5

③ $4\sqrt{2}$

④ 6

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이라 하면

(1, 2), (2, 1)을 지나므로

$$(1-a)^2 + (2-b)^2 = b^2, (2-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$$

$$1 - 2a + a^2 + 4 - 4b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4 - 4a + a^2 + 1 - 2b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \times 2 - \textcircled{㉠}$$

$$a^2 - 6a + 5 = 0, (a-1)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

i) $a = 1$ 이면 ① 에서 $b = 1$

ii) $a = 5$ 이면 ① 에서 $b = 5$

$\therefore$ 두 원의 중심은 (1,1), (5,5) 이다.

중심거리

$$= \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

11. 포물선 $y = x^2 - 3x - 2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $y = x^2 + 3x - 2$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = -x^2 - 3x - 2$

④ $y = -x^2 + 3x - 2$

⑤ $y = -x^2 + 3x + 2$

해설

x 축대칭은 $y \rightarrow -y$ 를 대입하면 된다.

12. 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 2)$

② $(-1, -1)$

③ $(-1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을

x 축에 대하여 대칭이동한 후

y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로

꼭짓점은 $(-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1, 2)$ 로 이동한다.

13. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

14. 세 점 $A(6,1)$, $B(-1,2)$, $C(2,3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 외심의 좌표를 구하면?

① $O(1, -2)$

② $O(2, 2)$

③ $O(2, -2)$

④ $O(2, -1)$

⑤ $O(1, -1)$

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ 즉, } \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2$$

$$\therefore 7a - b = 16 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\overline{OA} = \overline{OC}, \text{ 즉 } \overline{OA}^2 = \overline{OC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2$$

$$\therefore 2a - b = 6 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } a = 2, b = -2$$

$$\therefore O(2, -2)$$

15. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?

① (4, 5)

② (3, 4)

③ (2, 3)

④ (1, 2)

⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $x=3$, $y=4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

16. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

17. 점 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(3, 3)$ 으로 이루어진 삼각형 ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k+1)x + (k-1)y = 2(k-1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

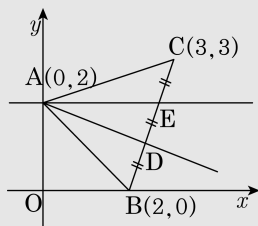
해설

$k(x+y-2) + x-y+2=0$ 은 k 에 관계없이

$A(0, 2)$ 를 지나는 직선이므로

$\triangle ABC$ 를 그림과 같이

2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 $1:2$ 또는 $2:1$ 로 내분하는 점 D , E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3}, 1\right)$, $E\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$$k = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 부적합 } (\because k \text{ 는 정수})$$

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

18. 직선 $kx - y + 3k = 1$ 는 k 값에 관계없이 항상 일정한 점 A를 지난다.
이 점 A의 좌표는?

- ① A(-3, -1) ② A(-2, -1) ③ A(-1, -1)
④ A(1, -1) ⑤ A(2, 1)

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x + 3)k - (y + 1) = 0$$

위 식은 k 값에 관계없이

$x + 3 = 0$, $y + 1 = 0$ 의 교점을 지난다.

$$\therefore x = -3, y = -1$$

$$\therefore A(-3, -1)$$

19. 점 A(8, 0)과 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점을 이은 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $x^2 + (y - 4)^2 = 4$

③ $x^2 + (y + 4)^2 = 4$

④ $(x - 4)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 4)^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = 16$ 위의 점을 P(a, b)라 하면

A(8, 0), P(a, b)의 중점의 좌표 M(x, y)는

$M\left(\frac{a+8}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

$$\therefore x = \frac{a+8}{2}, y = \frac{b}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 8, b = 2y$$

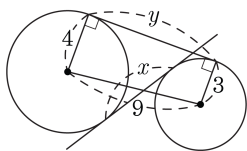
이 때, 점 P는 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점이므로

$a^2 + b^2 = 16$ 이 성립한다.

$$(2x - 8)^2 + (2y)^2 = 16$$

$$\therefore (x - 4)^2 + y^2 = 4$$

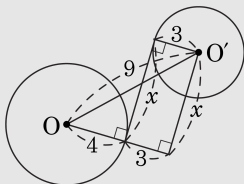
20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3, 4 이고 중심거리가 9 인 두 원의 공통내접선의 길이와 공통외접선의 길이를 각각 x , y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.



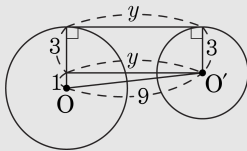
▶ 답 :

▷ 정답 : 112

해설



$$9^2 = (4 + 3)^2 + x^2 \quad \therefore x^2 = 9^2 - 7^2$$



$$9^2 = y^2 + (4 - 3)^2 \quad \therefore y^2 = 9^2 - 1^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2 \cdot 9^2 - 7^2 - 1^2 = 112$$

21. 직선 $y = ax + b$ 를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$ 에 의하여 옮겼더니 직선 $y = 2x + 3$ 과 y 축 위에서 직교할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax + b$ 의 x, y 대신에 각각 $x + 1, y - 2$ 를 대입하면

$$y - 2 = a(x + 1) + b$$

$$\therefore y = ax + a + b + 2$$

이 직선과 직선 $y = 2x + 3$ 이 y 축 위에서 직교하므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1 이고, $(0, 3)$ 을 지난다.

$$a \times 2 = -1, a + b + 2 = 3$$

연립하여 풀면

$$a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a - b = -2$$

22. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선

위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$

$\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로

$\frac{y-b}{x-a} = \text{$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면

$x = \text{}, y = \text{$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

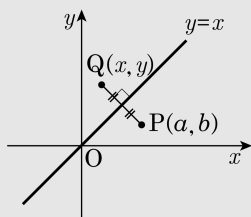
▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a

해설



23. 직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 있다. 이 직선에서 점 $(1, 1)$ 까지의 거리가 2 일 때, 상수 k 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 직선의 방정식은 $5y + 12x + k = 0$

즉, $12x + 5y + k = 0$

이 직선과 점 $(1, 1)$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + k|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|17 + k|}{13} = 2$$

$$|k + 17| = 26$$

$$k + 17 = \pm 26$$

$$\therefore k = 9 \text{ 또는 } k = -43$$

따라서, 구하는 상수 k 의 모든 값의 합은

$$9 + (-43) = -34$$

24. 도형 $y = 2x + 3$ 을 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $2x - y + 5 = 0$

② $2x + 2y - 5 = 0$

③ $2x + y + 5 = 0$

④ $2x - y - 5 = 0$

⑤ $2x - 2y + 5 = 0$

해설

점 (a, b) 에 대하여 대칭이동하려면

$x \rightarrow 2a - x$, $y \rightarrow 2b - y$ 를 대입하면 된다. $y = 2x + 3$ 위의 점 $(0, 3)$ 과 (a, b) 의 중점 $(2, 3)$

$$\frac{0+a}{2} = 2, \quad \frac{3+b}{2} = 3$$

$$a = 4, \quad b = 3$$

$\therefore y = 2x + 3$ 과 기울기는 동일하며 $(4, 3)$ 지남.

$$\rightarrow y = 2x + b, \quad (4, 3) \rightarrow 3 = 8 + b \rightarrow b = -5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

25. 점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B(a, b)라 하면,

$\overline{AB}$ 의 중점 $\left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가

직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 위에 있으므로

$$4 \cdot \frac{1+a}{2} - 2 \cdot \frac{2+b}{2} - 5 = 0$$

$$\therefore 2a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB와 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 이

$$\text{수직이므로 } \frac{b-2}{a-1} \times 2 = -1$$

$$\therefore a + 2b = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 1$

$$\therefore B(3, 1)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$$