

1. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

2. 다음 함수에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -5x^2$

② $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

④ $y = 4(x+2)^2 - 7$

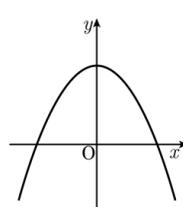
⑤ $y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1$

해설

$-\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?

- ① $a < 0, b > 0$ ② $a > 0, b > 0$
③ $a > 0, b < 0$ ④ $a < 0, b = 0$
⑤ $a < 0, b < 0$



해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a < 0, b > 0$ 이 옳다.

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3(x + 2)^2$
(1, k) 를 대입하면 $k = 27$ 이다.

5. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{l}
 y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \xrightarrow{\text{㉠}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2 \xleftarrow{\text{㉡}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16 - 2) \xleftarrow{\text{㉢}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉣}} \\
 = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉤}}
 \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \\
 &= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2
 \end{aligned}$$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

6. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

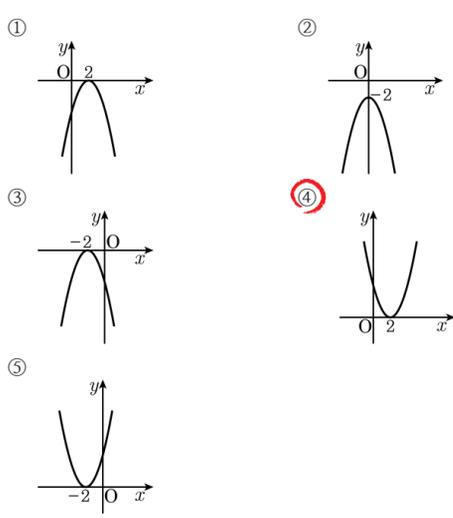
▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$y = 5x^2 - 1$ 에 $(2, a)$ 를 대입하면
 $a = 5 \times 2^2 - 1,$
 $\therefore a = 19$

7. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

$y = (x - 2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2, 0)$ 인 그래프이다.

8. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 일차함수인 것을 모두 찾으시오?

① $y = 2x^3 - 2x$

② $y = x(x + 2)$

③ $y = \frac{4}{x^2}$

④ $y = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

해설

① $y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \frac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

9. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

10. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

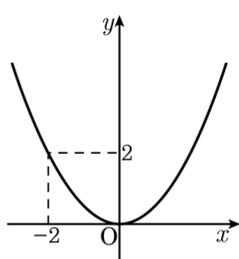
$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$

$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

11. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = \frac{1}{4}x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = \frac{3}{4}x^2$
④ $y = \frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면? (정답 3 개)

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ 점 (-3, 9) 를 지난다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 의 그래프보다 폭이 더 좁다.

해설

$y = x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

13. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

14. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

$$\text{㉠ } y = 3x^2 + 2$$

$$\text{㉡ } y = 2(x - 1)^2$$

$$\text{㉢ } y = 2x^2$$

$$\text{㉣ } y = -3x^2 - 2$$

① ㉠,㉡

② ㉠,㉢

③ ㉠,㉣

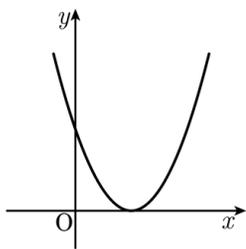
④ ㉡,㉣

⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

15. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0$ ② $a > 0, p < 0$ ③ $a < 0, p = 0$
④ $a < 0, p < 0$ ⑤ $a < 0, p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

16. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$y = 2x^2 - 12x + 16$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16$$

$$= 2(x-3)^2 - 2$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

17. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 - 8x + 7 = 0$
 $(x - 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
 $\therefore a + b = 8$

18. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.
따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

19. 다음 중 함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(0, 0)$ 을 지난다.
- ② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크다.
- ③ y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 그래프이다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $x > 0$ 이면 x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

해설

② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크거나 같다.

20. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼, 평행이동한 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a - b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{aligned}y &= 5(x-2)^2 + 3 \\ &= 5(x^2 - 4x + 4) + 3 \\ &= 5x^2 - 20x + 23 \\ \therefore a &= 5, b = -20, c = 23 \\ \therefore a - b + c &= 5 - (-20) + 23 = 48\end{aligned}$$

21. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지난다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = a(x+1)^2 + 3 \text{ 의 축의 방정식은 } x = -1$$

$$\therefore b = -1$$

$$\text{원점을 지난다고 했으므로 } 0 = a(0+1)^2 + 3$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ab = (-3) \times (-1) = 3$$

22. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5)이므로
 $y = 2(x-1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$
 $\therefore m = -4, n = 7, m + n = -4 + 7 = 3$

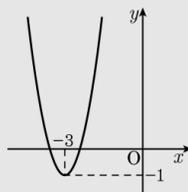
23. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



24. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

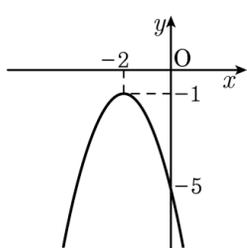
25. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (2, 2) ② (2, -1) ③ (2, 0)
④ (2, -2) ⑤ (2, 1)

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$
 $y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면
 $y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$
 \therefore 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)

26. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x-2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x+2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+2)^2 - 1$$

따라서 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

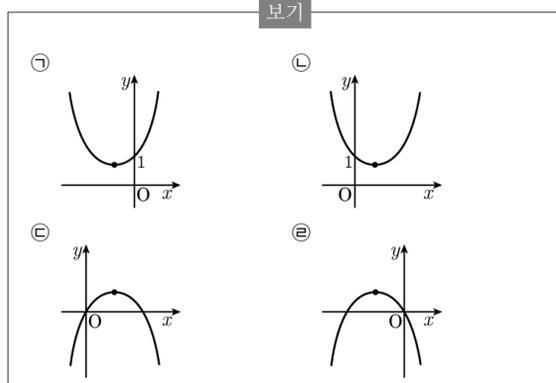
27. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p+q &= 1+4 = 5 \end{aligned}$$

28. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.



- (1) $y = x^2 - x + 1$
 (2) $y = -2x^2 + 2x$
 (3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$
 (4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

29. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x+1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x-1)(x+1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

30. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

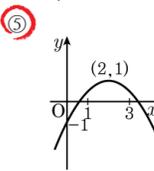
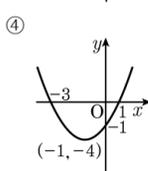
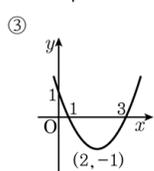
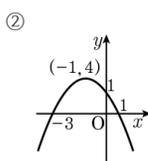
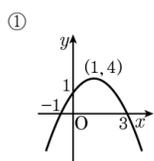
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

31. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프는?

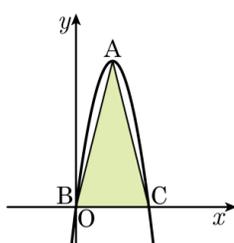


해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : (2, 1), y 축과의 교점 : (0, -1) ($\because x = 0$ 대입, $y = -1$)

32. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

$y = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$ 에서 $A(4, 16)$ 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y = -x(x-8)$ 에서 $B(0, 0)$, $C(8, 0)$ 이므로 $\overline{BC} = 8$

$\therefore (\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$

33. $y = k(k+3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

1 2 3 -1 -2
 -3

▶ 답:

▶ 답:

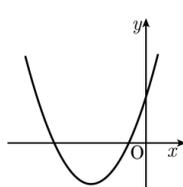
▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+3) + 2 \neq 0$, $k(k+3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

34. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

y축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에 있으므로, 일차함수의 계수 a 는 이차항의 계수와 부호가 같다.

$$\therefore a > 0$$

그리고, 그래프가 y축과 만나는 점이 원점을 기준으로

x축보다 위에 있으므로

$$-b > 0 \quad \therefore b < 0$$

$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$ 이므로 제 3 사분면은 지나지 않는다.

