

1. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{32}}{\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하여 간단히 나타낸 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3} + \sqrt{32}}{\sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{18} + 4\sqrt{12}}{6} \\ &= \frac{3\sqrt{2} + 8\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

2. $\left(x - \frac{A}{4}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2 + Bx + \frac{1}{16}$ 일 때, $A^2 + 4B^2$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + 2 \times x \times \left(-\frac{A}{4}\right) + \left(-\frac{A}{4}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{2}Ax + \frac{A^2}{16}$$

$$A^2 = 1, B^2 = \frac{1}{4}A^2$$

$$\therefore A^2 + 4B^2 = 1^2 + 4 \times \frac{1}{4} = 2$$

3. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3)x - 3a = x^2 + bx + 11$$

$$a-3 = b, -3a = 11$$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

4. $(x+3)(3x-4) = 3x^2 + Ax + B$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면?

① 12

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

$$(x+3)(3x-4) = 3x^2 + 5x - 12$$

$$A = 5, B = -12$$

$$\therefore A - B = 5 - (-12) = 17$$

5. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?
 $(x + A)(Bx + 3) = 2x^2 + Cx - 12$

① -14 ② 0 ③ 7 ④ 14 ⑤ -7

해설

$(x + A)(Bx + 3) = 2x^2 + Cx - 12$ 에서
 x 의 이차항의 계수가 2이므로 $B = 2$
상수항이 -12이므로 $A = -4$
 $(x - 4)(2x + 3) = 2x^2 - 5x - 12$ 이므로
 $C = -5$
 $\therefore A + B + C = -4 + 2 - 5 = -7$

6. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = (A)(B)$ 일 때, $A + B = x^2$ 의 해를 구하면?(단, $x \neq 0$)

① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$ ④ $x = 4$ ⑤ $x = 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\&= x^2 - (y - 4)^2 \\&= (x + y - 4)(x - y + 4) \\A + B &= (x + y - 4) + (x - y + 4) = x^2 \text{ 에서} \\x^2 &= 2x \text{ 에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2, \\&\text{조건에서 } x \neq 0 \text{ 이므로, } x = 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

7. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,
 $x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$
 $= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$
 $= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$
 $\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$
 $\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

9. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

10. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a < c$
- ② $a \times c < b$
- ③ $b < a^2 + c^2$
- ④ $a < \frac{b}{c}$
- ⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$
 $\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$
 $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$
 $\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$
 $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$
 $\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$
따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로
① $3 < 8 \rightarrow a < c$
② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$
③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$
④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$
⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

11. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

12. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

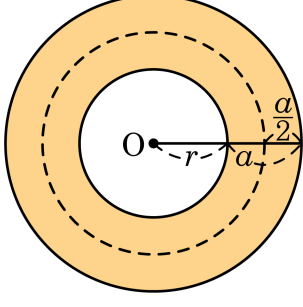
$\sqrt{75} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6. \dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$\therefore f(75) - f(48)$

$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2$ 이다.

13. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab
- ② $2ab$
- ③ πab
- ④ $2\pi ab$
- ⑤ πa^2b^2

해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

14. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \\ & A = 2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2 + (2y-4z)x - (2y-4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2 + 16 + (-4) = 14 \end{aligned}$$

15. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면
 $2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$
 $=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$
 $=(x-5)(4x+1)$
 $\therefore ab+cd=1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$

16. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\&\therefore (\text{일차식 인수들의 합}) \\&= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x\end{aligned}$$

17. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

18. $\frac{6^{10}}{12^5} = \sqrt{9^a}$, $\sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} = 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 14$

해설

$$\frac{6^{10}}{12^5} = \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^5 \times 2^5 \times 3^5} = 3^5 = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{9^5}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} = \sqrt{8^6} = \sqrt{(8^3)^2} = 8^3 = 2^9$$

$$a = 5, b = 9 \text{ 이므로 } a + b = 5 + 9 = 14$$

19. $2 < x \leq 3$ 일 때,
 $A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로
 $n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$
 $n = 4, \cdots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$
 $n = 9, \cdots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$
 $n = 16, \cdots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$
 $n = 25, \cdots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$
 $n = 36, \cdots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$
 $3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,
 $n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$
 $\therefore n = 41$

21. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
- ③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.
- ④ ab 는 항상 무리수이다.
- ⑤ $b-\sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

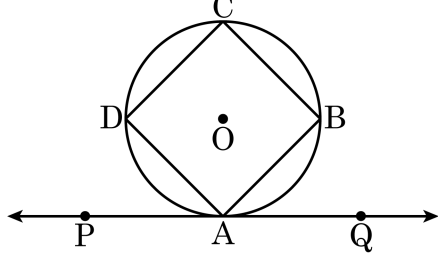
② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a = \sqrt{2}-2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b-\sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

22. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $\overline{AD} = \overline{PA}$, $\overline{AB} = \overline{AQ}$ 이고 원 O의 넓이는 18π 일 때, $\overline{PQ}$ 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12π

해설

□ABCD의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로
대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이다.
따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다.
따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는 $12 \times \pi = 12\pi$ 이다.

23. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

24. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$
 $a + 3b = 10$ 이 되는 경우는
(1, 3), (4, 2), (7, 1)이므로
 k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.
 $\therefore (k \text{의 최댓값}) = 8$

25. $44444444 - 8888$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6666

해설

$4444 = a$ 로 놓으면
 $44444444 = 44440000 + 4444 = a \times 10^4 + a$ 이고 $8888 = 2 \times 4444 = 2a$ 이므로
 $44444444 - 8888 = a \times 10^4 + a - 2a$
 $= a \times 10^4 - a$
 $= a(10^4 - 1)$
 $= a \times 9999$
 $= 4444 \times 9999$
 $= 4 \times 1111 \times 9 \times 1111$
 $= 36 \times 1111^2$
 $= (6 \times 1111)^2$
따라서 어떤 자연수는 6666 이다.