

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

2. 절댓값이 같은 두 정수 a, b 에 대하여 $a > b$ 이고, a 와 b 사이의 거리가 22 일 때, a, b 의 값을 바르게 구한 것을 고르면?

① $a = 22, b = 0$

② $a = -11, b = 0$

③ $a = 0, b = -22$

④ $a = -11, b = 11$

⑤ $a = 11, b = -11$

해설

a, b 의 절댓값이 같으므로 두 수는 원점으로부터 반대방향으로 같은 거리에 있다.

두 수 사이의 거리가 22 이므로 원점에서 a, b 까지의 거리는 각각 $22 \div 2 = 11$ 이다.

$a > b$ 이므로 $a = 11, b = -11$

3. 다음을 바르게 계산한 것은?

$$(-18) - (-8) - (-5) + (-5)$$

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ -5 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned} & (-18) - (-8) - (-5) + (-5) \\ &= (-18) + (+8) + (+5) + (-5) \\ &= (-10) + 0 \\ &= -10 \end{aligned}$$

4. 기온이 $t^{\circ}\text{C}$ 일 때, 공기 중에서의 소리의 속력을 초속 $v\text{m}$ 라고 하면 $v = 331 + 0.6t$ 인 관계가 있다. 소리의 속력이 초속 367m 일 때의 기온은 몇 도인가?

① 6°C ② 18°C ③ 30°C ④ 48°C ⑤ 60°C

해설

$$v = 367$$

$$367 = 331 + 0.6t$$

$$0.6t = 36 \therefore t = 60(^{\circ}\text{C})$$

5. 다음 $a + b$ 의 값이 가장 큰 것은?

① $(3x - 2) \times 2 = ax + b$

② $-\frac{3}{2} \left(\frac{4}{3}x - 2 \right) = ax + b$

③ $4 \left(\frac{3}{4}x - 16 \right) + x = ax - b$

④ $2x + 1 - (3x - 3) = ax - b$

⑤ $(10x - 15) \times \left(-\frac{1}{5} \right) - (-3x + 1) = bx + a$

해설

① $(3x - 2) \times 2 = 6x - 4 = ax + b$ 이므로 $a = 6$, $b = -4$ 이다.
따라서 $a + b = 6 + (-4) = 2$ 이다.

② $-\frac{3}{2} \left(\frac{4}{3}x - 2 \right) = -2x + 3 = ax + b$ 이므로 $a = -2$, $b = 3$
이다.
따라서 $a + b = (-2) + 3 = 1$ 이다.

③ $4 \left(\frac{3}{4}x - 16 \right) + x = 4x - 64 = ax - b$ 이므로 $a = 4$, $b = 64$
이다. 따라서 $a + b = 4 + 64 = 68$ 이다.

④ $2x + 1 - (3x - 3) = -x + 4 = ax - b$ 이므로 $a = -1$, $b = -4$
이다.
따라서 $a + b = (-1) + (-4) = -5$ 이다.

⑤ $(10x - 15) \times \left(-\frac{1}{5} \right) - (-3x + 1) = x + 2 = bx + a$ 이므로

$a = 2$, $b = 1$ 이다.

따라서 $a + b = 2 + 1 = 3$ 이다.

6. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

7. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$$

$$(x+1) \times (y+1) = 18$$

$$18 = 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로}$$

$$x+1 = 2, y+1 = 9 \text{ 또는 } x+1 = 9, y+1 = 2 \text{ 일 때,}$$

$$x = 1, y = 8 \text{ 또는 } x = 8, y = 1$$

$$\text{그러므로 } x+y = 9$$

$$x+1 = 3, y+1 = 6 \text{ 또는 } x+1 = 6, y+1 = 3 \text{ 일 때,}$$

$$x = 2, y = 5 \text{ 또는 } x = 5, y = 2$$

$$\text{그러므로 } x+y = 7$$

8. 수직선 위에 나타낸 두 수 -7 와 8 의 가운데 수를 A , -5 과 -16 의 가운데 수를 B 라 할 때, 두 수 A , B 사이의 거리를 구한 것은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$A = \frac{-7+8}{2} = \frac{1}{2}$$

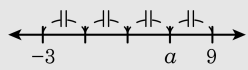
$$B = \frac{-5-16}{2} = -\frac{21}{2}$$

$$\begin{aligned} (A, B \text{ 사이의 거리}) &= \left| \frac{1}{2} - \left(-\frac{21}{2} \right) \right| \\ &= \left| \frac{1}{2} + \frac{21}{2} \right| \\ &= 11 \end{aligned}$$

9. 세 수 -3 , a , 9 를 수직선 위에 나타내었더니 -3 에서 a 까지의 거리가 a 에서 9 사이의 거리의 3 배가 되었다. $-3 < a < 9$ 일 때 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설



-3 에서 a 까지의 거리를 $3x$ 라 하면, a 에서 9 까지의 거리는 x 이다. 그러므로 $4x = 12$ 이고, $x = 3$ 이다. -3 에서 a 까지의 거리가 9 이므로 $a = 6$ 이다.

10. 절댓값이 $\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수 중 $\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$ 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

절댓값이 $\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수는 $-11, -10, -9, -8, -7, -6, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 이다.

$$\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$$

$$= \left(+\frac{15}{4}\right) \times \left(-\frac{16}{5}\right) \times (-2) = 24$$

24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

따라서 2개이다.

11. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 0.9$

㉡ $3 - 2.5 + 0.9 = 1.4$

㉢ $\frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = -\frac{43}{12}$

㉣ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{59}{6}$

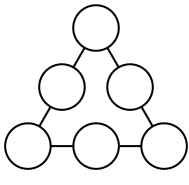
㉤ $-1.5 + 0.6 - 0.7 = -1.6$

해설

㉠ $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 1$

㉣ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{11}{6}$

12. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ○ 안에 -2 부터 3 까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는 꼭짓점에 있는 세수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 -2, -1, 0 을 차례로 넣고 빈칸을 차례로 채우면 한 변의 합이 0 이 된다. 또, 한 변의 합이 가장 큰 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 클 때이므로 꼭짓점에 1, 2, 3 을 차례로 넣고 빈칸을 채우면 한 변의 합이 3 이 된다.

13. 다음 중 그 값이 두 번째로 큰 수를 구하시오.

- $\textcircled{\tiny \omin�} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22})$
- $\textcircled{\tiny \omin�} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23}$
- $\textcircled{\tiny \opl�} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$\textcircled{\tiny \omin�} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22}) = \frac{1}{4} \times (-8) \times (-1) = 2$$

$$\textcircled{\tiny \omin�} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7 = -\left(\frac{4}{9}\right) \times (-1) = \frac{4}{9}$$

$$\textcircled{\tiny \oplus} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23} = \frac{1}{9} \times 36 \times (-1) = -4$$

$$\textcircled{\tiny \opl�} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 = -\left(-\frac{9}{16}\right) \times (-8) = \frac{9}{2}$$

14. 세 수 a, b, c 에 대하여 $a > 0, bc < 0, \frac{c}{a} > 0$ 일 때, 부등호가 옳게 쓰여진 것은?

① $a + c < 0$

② $\frac{bc}{a} > 0$

③ $\frac{a}{b} < 0$

④ $b - c > 0$

⑤ $a - b < 0$

해설

$bc < 0, \frac{c}{a} > 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 반대이고 a 와 c 의 부호는 서로 같다.

$a > 0$ 이므로 $c > 0, b < 0$ 이다.

① $a + c > 0$

② $\frac{bc}{a} < 0$

④ $b - c < 0$

⑤ $a - b > 0$

15. x^2 의 계수가 2, x 의 계수가 a , 상수항이 c 인 x 에 대한 이차식이 $2x^b + (c-5)x - (b-3)$ 일 때, 이를 만족하는 세 정수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = -8$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $2x^b$ 의 차수는 이차이다.

$\therefore b = 2$

$a = c - 5, c = -b + 3$

$b = 2$ 이므로 $c = -2 + 3 = 1, a = 1 - 5 = -4$

$a = -4, b = 2, c = 1$ 이므로 $abc = -8$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $(-3x+6) \times \frac{1}{2} = (4.5x-9) \div (-3)$

② $\left(\frac{7}{3}x - \frac{14}{9}\right) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = -\left(x - \frac{2}{3}\right)$

③ $\left(-\frac{3}{5}x + 0.6\right) \div \left(\frac{1}{5}\right) = (x-1) \div \left(-\frac{1}{3}\right)$

④ $(0.9x+0.1) \div \left(-\frac{7}{10}\right) = \frac{1}{7} \times (3x-7)$

⑤ $(-0.3) \times \left(\frac{5}{3}x - \frac{5}{6}\right) = (10x-5) \div 20$

해설

① $(-3x+6) \times \frac{1}{2} = (4.5x-9) \div (-3)$
 $= -1.5x+3$

② $\left(\frac{7}{3}x - \frac{14}{9}\right) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = -\left(x - \frac{2}{3}\right) = -x + \frac{2}{3}$

③ $\left(-\frac{3}{5}x + 0.6\right) \div \left(\frac{1}{5}\right) = (x-1) \div \left(-\frac{1}{3}\right)$
 $= -3x+3$

④ $(0.9x+0.1) \div \left(-\frac{7}{10}\right) = -\frac{9}{7}x - \frac{1}{7}$
 $\frac{1}{7} \times (3x-7) = \frac{3}{7}x - 1$

⑤ $(-0.3) \times \left(\frac{5}{3}x - \frac{5}{6}\right) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
 $(10x-5) \div 20 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

17. 가 다른 하나는?

- ① $(2x+3)=\square+(x+2)$
② $\square-\frac{1}{2}x=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}\right)$
③ $(3x+4)+\square=(x+5)-(-3x)$
④ $(9x+9)-\square=\frac{1}{2}(16x+8)$
⑤ $\frac{3}{5}\times 5x-2\left(x-\frac{1}{2}\right)=\square$

해설

- ① $\square=(2x+3)-(x+2)$ 이므로 $\square=x+1$ 이다.
② $\square=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}x$ 이므로 $\square=x+1$ 이다.
③ $\square=(x+5)-(-3x)-(3x+4)$ 이므로 $\square=x+1$ 이다.
④ $(9x+9)-\frac{1}{2}(16x+8)=\square$ 이므로 $\square=x+5$ 이다.
⑤ $\frac{3}{5}\times 5x-2\left(x-\frac{1}{2}\right)=\square$ 이므로 $\square=x+1$ 이다.

18. 어떤 x 에 관한 일차식이 있다. x 의 계수가 5이고, $x = -2$ 일 때의 식의 값을 a , $x = 3$ 일 때의 식의 값이 b 라 한다면, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -25 ② 15 ③ -5 ④ 10 ⑤ 25

해설

일차식을 $cx + d$ 라 하자. x 의 계수가 5이므로 $c = 5$ 이다.

$x = -2$ 일 때의 식의 값 $a = 5 \times (-2) + d$

$x = 3$ 일 때의 식의 값 $b = 5 \times 3 + d$

$$\begin{aligned} a - b &= \{5 \times (-2) + d\} - (5 \times 3 + d) \\ &= -10 - 15 \\ &= -25 \end{aligned}$$

19. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

20. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 육십만 = 6×10^5

㉡ 50 이하의 소수는 15 개다.

㉢ 소수는 모두 홀수이다.

㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.

㉤ 51 과 105 는 서로소이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

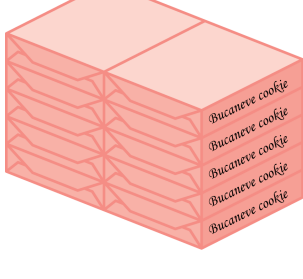
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠ (육십만) = $600000 = 6 \times 100000 = 6 \times 10^5$
- ㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 의 15 개이다.
- ㉢ 2 는 짝수인 소수이다.
- ㉣ 4 의 약수는 1, 2, 4 로 3 개이다.
- ㉤ 51 과 105 의 최대공약수는 3 이다.

21. 과자 상자 105개를 진열대 위에 직육면체 모양으로 최대한 높게 쌓으려고 한다. 맨 아랫줄에 상자를 가로와 세로로 각각 몇 개씩 놓으면 정확하게 직육면체 모양으로 쌓을 수 있는지 구하여라. (단, 가로, 세로, 높이에 과자 상자를 2개 이상 놓는다.)



▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

▷ 정답 : 5 개

해설

가로, 세로, 높이에 105의 약수개만큼 놓으면 상자를 직육면체 모양으로 쌓을 수 있다.

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 에서 최대한 높게 쌓으려고 하므로 높이를 7개로 쌓으면 가로와 세로에는 3개, 5개 또는 5개, 3개만큼 놓을 수 있다.

22. $\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였다.
이것을 만족하는 자연수 x 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로,

$\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였

다는 것은,

$85+x = 7^2 \times a$ 의 형태가 된다는 뜻이다.

$\therefore x$ 중 가장 작은 수= 13

23. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 600
- ③ 300
- ④ 150
- ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$ 가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

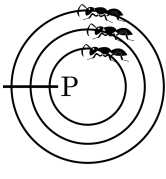
$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$

24. 개미 3 마리가 볼펜으로 그어 놓은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 12분 동안 A 개미는 20바퀴를 돌고, B개미는 30바퀴, C 개미는 36 바퀴를 돈다. 세 개미가 동시에 P 지점에서 출발하여 50분 동안 일정한 속도로 돌아다니다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는지 구하여라.



▶ 답 : 번

▷ 정답 : 8번

해설

A, B, C 세 개미가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{12}{20}$ 분, $\frac{12}{30}$ 분, $\frac{12}{36}$ 분이다.

$\frac{12}{20}$ 분 = 36초, $\frac{12}{30}$ 분 = 24초, $\frac{12}{36}$ 분 = 20초이다.

36, 24, 20 의 최소공배수는 360이므로

360초 = 6분 마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.

따라서 $50 \div 6 = 8 \cdots 2$ 이므로 8 번 통과한다.

25. 24, 36, x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$ 또는 $x = 2^3 \times 3 \times n$,
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.

$\rightarrow x = 60, x = 120$

$\therefore$ (세 자연수의 합) = 120, 180

26. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

27. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1) $a > 0, b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(2) $a < 0, b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(1), (2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$

28. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{5}$, $\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}$ 일 때, cd 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1260

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{5}$ 을 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 5 의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 6$, $c = 30$ 이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}$ 을 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 6 의 배수이어야 한다.

따라서 $(b, d) = (9, 18), (8, 24), (7, 42)$ 이다.

$\therefore (cd \text{의 최댓값}) = 30 \times 42 = 1260$

29. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이고, 유리수 x 에 대하여 $[x] = x$ 를 넘지 않는 최대 정수라고 정의한다. 다음을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

$$\left[\frac{(n+1)! + (n-2)!}{n! + (n-1)!} \right] = 180$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$\begin{aligned} & \frac{n! + (n-1)!}{(n+1)! + (n-2)!} = \frac{(n-1)! \times (n+1)}{(n+1)! + (n-2)!} \\ &= \frac{n! + (n-1)!}{(n+1)!} + \frac{(n-2)!}{(n-1)! \times (n+1)} \\ &= n + 0. \times \times \times \times \\ & \left[\frac{(n+1)! + (n-2)!}{n! + (n-1)!} \right] \\ &= [n. \times \times \times \times] \\ &= n \\ &\therefore n = 180 \end{aligned}$$

30. 다음 표에서 가로, 세로, 대각선의 세 식의 합이 모두 같아지도록 빈칸을 할 때, ㉠와 ㉡의 합은?

	㉠	$2x+4$
$-4x+6$	$x+3$	
$8x$	㉡	

- ① $-2x-2$
- ② $5x+7$
- ③ $x-12$
- ④ $10x+4$
- ⑤ $-4x+8$

해설

대각선에 모인 세 식의 합이 $8x+x+3+2x+4=11x+7$ 이므로 $11x+7-(x+3)=10x+4$

31. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 $(1, a, a^2)$ 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

32. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

- ① 144 ② 60 ③ 72 ④ 160 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^2 \times 3 \times 5$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 5$
⑤ 2×7^2

33. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.

$\therefore 2 + 5 = 7$

34. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ &b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ &\therefore a + b = 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

35. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

36. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

37. 자연수 140 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $d - b - c + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

$a = 2, b = 5, c = 7, d = 12$

$\therefore d - b - c + a = 2$

38. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a)+S(b)=6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a)+S(b)=6$ 이므로,
 $(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.
(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x, b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)
(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2, b = y^2$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 9$ 이다.
 $\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8

39. 두 자연수 a, b 의 합은 216 이고 최대공약수는 18 이다. 이 때 ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11340

해설

$a = 18 \times n, b = 18 \times m$ 이라 둘 수 있다.

$$a + b = 18 \times (n + m) = 216$$

$$\rightarrow n + m = 12$$

따라서 (n, m) 이 될 수 있는 순서쌍은 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 이다.

그런데 $ab = 18 \times 18 \times n \times m$ 이므로 ab 의 최댓값은 $(n, m) = (5, 7)$

또는 $(7, 5)$ 일 때이다.

$$\therefore ab \text{의 최댓값} = 11340$$

40. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

41. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 38 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8 이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.
∴ (필요한 말뚝의 수)
= $(88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$
= $11 + 12 + 15$
= 38(개)

42. 가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 729cm³

해설

가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피= $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$

43. 두 정수 a, b 에 대하여 절댓값이 같고, 두 점 사이의 거리가 5이하인 정수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $(1, 1)$ ② $(2, -2)$ ③ $(-1, 1)$
④ $(3, -3)$ ⑤ $(0, 0)$

해설

절댓값이 같으면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a| (= 2|b|)$ 이다.
 $2|a| \leq 5$ 라고 했으므로, $-5 \leq 2a \leq 5$ 이다.
 a, b 는 $-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$ 을 만족하는 정수이므로
 $a = -2, -1, 0, 1, 2$ $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.
따라서 조건을 만족하는 정수들을 구해보면
 $(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1),$
 $(2, 2), (2, -2)$ 이다.

44. 다음 조건을 모두 만족하는 서로 다른 두 유리수 a, b 에 대하여 옳지 않은 것을 고르면?(정답 3개)

$\textcircled{\tiny \neg} \quad a > 3, \, b < 3$

$\textcircled{\tiny \subseteq} \quad |a| > |b|$

$\textcircled{1} \quad a > -b$

$\textcircled{2} \quad -a > b$

$\textcircled{3} \quad -a - b < 0$

$\textcircled{4} \quad a - b > 6$

$\textcircled{5} \quad \frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$

해설

$a > 3, \, b < 3, \, |a| > |b|$ 이므로, $b < 3 < a$ 이고 $|b| < 3$ 이다.

① $a > -b$ b 의 절댓값이 3 보다 작으므로 옳다.

② $-a > b$ a 의 절댓값이 b 보다 크므로 옳지 않다.

③ $-a - b < 0$ a 의 절댓값이 b 보다 크므로 옳다.

④ $a - b > 6$ a 는 3 보다 크고 b 는 3 보다 작으므로 옳지 않다.

⑤ $\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$ b 의 절댓값이 더 작으므로 옳지 않다.

45. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

46. $a = \left(-\frac{2}{3}\right) \div (-4)$, $b = 4 \times \frac{6}{5} \div 2$ 일 때, $A = 3ax - 2a$, $B = \frac{6}{b}x - 5b$

이다. 이 때, $\frac{-2A+B}{3} + \frac{4A-B}{2}$ 를 간단히 하여라.

① $\frac{1}{4}x + \frac{11}{9}$

② $\frac{1}{4}x + \frac{12}{9}$

③ $\frac{1}{4}x + \frac{13}{9}$

④ $\frac{1}{4}x + \frac{14}{9}$

⑤ $\frac{1}{4}x + \frac{15}{9}$

해설

$$a = \frac{1}{6}, b = \frac{12}{5}$$

$$A = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}, B = \frac{5}{2}x - 12$$

$$\frac{-2A+B}{3} + \frac{4A-B}{2}$$

$$= \frac{8A-B}{6} = \frac{1}{6} \left\{ 8 \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{5}{2}x - 12 \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{14}{9}$$

47. 저금통에는 동전 x 개가 들어 있고 그 중 a 개는 십원짜리, b 개는 백원짜리, 나머지는 전부 오백원짜리이다. 저금한 금액을 a, b, x 의 식으로 나타내면?

- ① $10a + 100b + 500(x - a - b)$ 원
② $(100a + 10b + 500x)$ 원
③ $(10a + 100b + 500x)$ 원
④ $(100a + 100b + 500x)$ 원
⑤ $100a + 10b + 500(x - a - b)$ 원

해설

십원짜리는 a 개, 백원짜리는 b 개, 오백원짜리는 $(x - a - b)$ 개이다.

저금통 안에 금액은 $10a + 100b + 500(x - a - b)$ 원이다.

48. $a = -\frac{1}{2}$ 일 때, 다음 중 식의 값이 큰 것부터 순서대로 기호를 써라.

- ㉠ $-\frac{1}{a}$
- ㉡ $a^2 - 2a$
- ㉢ $\frac{1}{a^2} - a$
- ㉤ $-a^2 - a$
- ㉥ $\frac{3}{a} - 4a$
- ㉦ $4a^2 - \frac{1}{a}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉦

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$a = -\frac{1}{2}$ 이면 $\frac{1}{a} = -2$

㉠ $-\frac{1}{a} = -(-2) = 2$

㉡ (준식) $= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$
 $= \frac{1}{4} + 1$
 $= \frac{5}{4}$

㉢ (준식) $= 1 \div a^2 - a$
 $= 1 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)$
 $= 1 \times 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

㉤ (준식) $= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)$
 $= -\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{4}$

㉥ (준식) $= 3 \times \frac{1}{a} - 4a$
 $= 3 \times (-2) - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$

㉦ (준식) $= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-2) = 1 + 2 = 3$

$\frac{9}{2} > 3 > 2 > \frac{5}{4} > \frac{1}{4} > -4$ 이므로

∴ ㉡, ㉢, ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦