

1. 4의 제곱근을 a , 25의 제곱근을 b 라고 할 때 a^2b^2 의 값은 무엇인가?

① -10 ② 10 ③ 50 ④ -100 ⑤ 100

해설

$$a^2 = 4, b^2 = 25$$

$$a^2b^2 = 4 \times 25 = 100$$

2. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5}$

② $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

④ $3 - \sqrt{10} < \sqrt{10} - 4$

⑤ $3 - \sqrt{10} < \sqrt{10} - 5$

해설

③ $1 < \sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

3. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{5} - 1$

② $2\sqrt{5}$

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$

⑤ 4

해설

$$2\sqrt{5} = \sqrt{20}, \sqrt{5} < \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2} < \sqrt{10}$$

4. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$
- ㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm \sqrt{5}$
- ㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$
- ㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 4$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 3$
- ㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$

5. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}} -\sqrt{a^2} = -a$
- $\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{(3a)^2} = 3a$
- $\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{(-2a)^2} = -2a$
- $\textcircled{\text{㉣}} -\sqrt{25a^2} = 5a$
- $\textcircled{\text{㉤}} 10\sqrt{100a^2} = 100a$

- $\textcircled{1} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{2} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$
- $\textcircled{3} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$
- $\textcircled{4} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{5} \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$

해설

$a < 0$ 이므로
 $\textcircled{\text{㉠}} -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$
 $\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{(3a)^2} = -3a$
 $\textcircled{\text{㉤}} 10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $\hspace{10em} = 10 \times (-10a) = -100a$

6. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

7. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

8. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

9. $A = \sqrt{81} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{2})^2$, $B = \sqrt{50} - (-\sqrt{3})^2 - \frac{10}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\frac{10B}{A}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7.5

해설

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{2})^2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

$$B = \sqrt{50} - (-\sqrt{3})^2 - \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} - 3 - 5\sqrt{2} = -3$$

따라서 $\frac{10B}{A} = -\frac{30}{4} = -7.5$ 이다.

10. $a > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

- ① $-3a$ ② $-2a$ ③ $-a$ ④ a ⑤ $2a$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 일 때} \\ & \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2} \\ & = -(-a) + 2a - (5a) \\ & = a + 2a - 5a \\ & = -2a \end{aligned}$$

11. $0 < a < 5$ 일 때, $\sqrt{a^2} + |5 - a| - \sqrt{(a - 6)^2}$ 을 간단히 하면?(단, $|x|$ 는 x 의 절댓값을 나타낸다.)

① $a - 1$

② $a + 1$

③ 3

④ $2a - 3$

⑤ $2a - 1$

해설

$0 < a < 5$ 에서 $a > 0, 5 - a > 0, a - 6 < 0$

$$\sqrt{a^2} + |5 - a| - \sqrt{(a - 6)^2}$$

$$= |a| + |5 - a| - |a - 6|$$

$$= a + 5 - a + a - 6$$

$$= a - 1$$

12. $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 일 때, $\sqrt{3x+40}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 43$

▷ 정답 : $x = 52$

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, \quad x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, \quad x = 52$$

13. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

14. 다음 수를 큰 순서대로 바르게 나열한 것은?

보기

$$\sqrt{(-3)^2}, -3, -\sqrt{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

① $-3 > -\sqrt{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\frac{1}{3} > \sqrt{(-3)^2}$

② $-3 > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > \sqrt{(-3)^2}$

③ $\sqrt{(-3)^2} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$

④ $\sqrt{(-3)^2} > -3 > -\sqrt{3} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}}$

⑤ $-\frac{1}{3} > \sqrt{(-3)^2} > -\sqrt{3} > -3 > -\frac{1}{\sqrt{3}}$

해설

음수는 음수끼리 비교한다.

부호를 제외하고 제곱을 하면

$$-3^2 = -9, -(\sqrt{3})^2 = -3$$

$$-\frac{1^2}{3} = -\frac{1}{9}, -\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = -\frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$$

$$\therefore \sqrt{(-3)^2} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$$

15. 다음 수 중에서 무리수는 모두 몇 개인가?

$$-\sqrt{(-6)^2}, \sqrt{0.\overline{2}}, \sqrt{1.69}, \sqrt{3}+2$$
$$\frac{\pi}{2}, 1-\sqrt{9}, 0.\overline{23}, \left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2$$

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

무리수: $\sqrt{0.\overline{2}}, \sqrt{3}+2, \frac{\pi}{2}$

$$\sqrt{1.69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \sqrt{\left(\frac{13}{10}\right)^2} = \frac{13}{10}$$

16. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$

② $x^2 = \frac{81}{49}$

③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{9}$ 는 자연수이다.
- ② π 는 자연수이다.
- ③ $\sqrt{12}$, $\frac{\sqrt{8}}{2}$, $-\sqrt{0.1}$ 는 모두 무리수이다.
- ④ 4는 유리수도 무리수도 아니다.
- ⑤ $1 - \sqrt{7}$ 는 무리수이다.

해설

- ② π 는 무리수이다.
- ④ 4는 유리수이다.

18. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $b - a > 0$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $a - b < 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $ab < 0$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $a + 3 < 0$
- $\textcircled{\text{㉥}}$ $b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{3}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{4}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{5}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\text{㉠}} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\text{㉡}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ \textcircled{\text{㉢}} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ \textcircled{\text{㉤}} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \\ \textcircled{\text{㉥}} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

19. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ㉡ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ㉢ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ㉣ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ㉤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ㉡ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ㉢ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ㉣ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ㉤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

20. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}, \sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

21. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

22. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$

- ① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

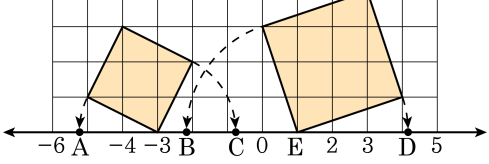
④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

23. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



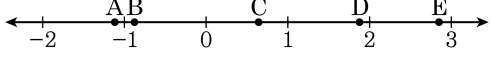
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
 $\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$
(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
 $\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$
 $\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$
 $\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$
따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

24. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
 $-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
 $\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

25. $4 < \sqrt{a+2b} < 5$ 를 만족하는 3 의 배수 a 와 소수 b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 10 개

해설

$4 < \sqrt{a+2b} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면 $16 < a+2b < 25$

b 는 소수이므로

$b = 2$ 일 때, $12 < a < 21$ 이고 a 는 3 의 배수이므로 $a = 15, 18$

$b = 3$ 일 때, $10 < a < 19$ 이고 a 는 3 의 배수이므로 $a = 12, 15, 18$

$b = 5$ 일 때, $6 < a < 15$ 이고 a 는 3 의 배수이므로 $a = 9, 12$

$b = 7$ 일 때, $2 < a < 11$ a 는 3 의 배수이므로 $a = 3, 6, 9$

$b \geq 11$ 일 때, $2 < d < 11$ 이므로 $d \equiv 3, 6, 9$ 중 하나이고, $b > 11$ 이므로 a 는 홀수이다.

$b \geq 11$ 인 소수일 때, 주어진 조건을 만족하는 a 는 없다.

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $2 + 3 + 2 + 3 = 10$ (개) 이다.