1. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}\dot{7}$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$ ② $\frac{11}{90}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{7}{99}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

선우 : $0.\dot{1}\dot{7} = \frac{17}{99}$,

지민 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A$ 이다.

2. $3^{12} = 81^x$ 일 때, x의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^{12} = (3^4)^x = 3^{4x}$

$\therefore\ x = 3$

3. a가 1이 아닌 양의 정수일 때, 옳은 것은?

① $(a^2)^3 \times a^5 = a^{10}$ ② $a^4 \times a^2 = a^8$

③ $(a^3)^3 = a^6$ ④ $a^4 \div a^4 = 0$

⑤ $(2a^3)^2 = 4a^6$

해설

① $a^6 \times a^5 = a^{11}$

② $a^4 \times a^2 = a^6$

③ $(a^3)^3 = a^9$

④ $a^4 \div a^4 = 1$

4. $x=3,\ y=-2,\ z=-12$ 일 때, $xy^4z\times(-2x^2y)^3\div(2x^3y^3z)^2$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$(\text{준식}) = xy^4z\times(-8x^6y^3)\times\frac{1}{4x^6y^6z^2} = -\frac{2xy}{z}$$

식의 값 : $-\dfrac{2\times3\times(-2)}{-12} = -1$

5. 다음 중 부등식으로 옳게 나타낸 것은?

① x 원 하는 사과 5 개를 300 원짜리 바구니에 담은 값은 3000 원 이하이다. : $5x + 300 \leq 3000$

② x 의 2 배와 y 의 3 배를 더한 것은 x 와 y 의 합의 4 배보다 크다. : $2x + 3y > 4x + y$

③ 어떤 수 x 는 -3 이하이다. : $x < -3$

④ 한 개에 x 원하는 공 5 개의 값은 2500 원보다 작다. : $5x \leq 2500$

⑤ 어떤 수 x 에서 5 를 빼면 9 보다 작다. : $2x + 5 < 9$

해설

② $2x + 3y > 4(x + y)$

③ $x \leq -3$

④ $5x < 2500$

⑤ $x - 5 < 9$

6. 연속하는 두 홀수 중 큰 수의 3 배에서 6 을 더한 수는 작은 수의 5 배 이상이라고 할 때, 두 수의 합의 최댓값을 구하면?

① 15 ② 14 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

연속하는 두 홀수를 $x,\ x+2$ 라 하자.
$3(x+2)+6 \geq 5x$
$x \leq 6$
두 홀수의 합이 최댓값이 되려면 $x=5$ 가 되어야 하므로 $5+7=12$ 이다.

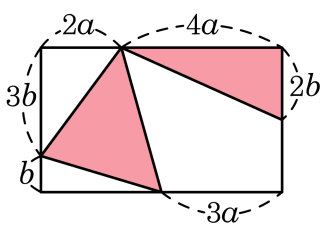
7. $x+y+z=0$일 때, $x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$의 값을 구하면? (단, $x\neq 0$, $y\neq 0$, $z\neq 0$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}
&x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\\
&=\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}\\
&=\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}\\
&=\frac{1}{x}(y+z)+\frac{1}{y}(x+z)+\frac{1}{z}(x+y)\\
&=\frac{1}{x}(-x)+\frac{1}{y}(-y)+\frac{1}{z}(-z)\\
&=(-1)+(-1)+(-1)=-3
\end{aligned}$$

8. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $6ab$ ② $8ab$ ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$\frac{(2a+3a)\times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2}\right) = \frac{11}{2}ab$,

$\frac{4a\times 2b}{2} = 4ab$ 이므로 $\frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab$ 이다.

9. $x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 일 때, $z+\frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 을 x와 z를 y에 관하여 풀면, $x=\frac{y-1}{y}$,

$z=\frac{1}{2(1-y)}$

$z+\frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z+\frac{1}{2x}=\frac{1}{2(1-y)}+\frac{y}{2(y-1)}$$
$$=\frac{1}{2(1-y)}-\frac{y}{2(1-y)}$$
$$=\frac{1-y}{2(1-y)}=\frac{1}{2}$$

10. $a > b$, $ac > bc$, $ac = 0$일 때, a, b, c의 값 또는 부호를 구하면?

① $a > 0$, $b < 0$, $c = 0$　② $a < 0$, $b > 0$, $c = 0$

③ $a = 0$, $b > 0$, $c < 0$　④ $a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a = 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

$ac = 0$이므로 $a = 0$ 또는 $c = 0$, 그런데 $ac > bc$이므로 $c \neq 0$,
$a = 0$
$a > b$이므로 $b < 0$, $ac > bc$, $a = 0$이므로 $bc < 0$, 그런데 $b < 0$
이므로 $c > 0$
$\therefore\ a = 0,\ b < 0,\ c > 0$

11. 부등식 $\frac{x}{5}-\frac{x-a}{4}<1$ 을 만족하는 가장 작은 정수가 6 일 때, 정수 a 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$\frac{x}{5}-\frac{x-a}{4}<1$, $4x-5(x-a)<20$, $x>5a-20$

$5 \le 5a-20<6$, $5 \le a<\frac{26}{5}$

12. 어떤 연극 공연장의 입장료는 어린이가 6000 원, 어른이 12000 원이고 어른이 30 명 이상일 때, 어른 요금의 20% 를 할인하여 준다. 어른의 수가 30 명 미만이면서 어른과 어린이를 합하여 34 명이 입장하려고 할 때, 어른이 최소 몇 명이면 어른 30 명의 입장료를 내는 것이 유리한가?

① 21 명 ② 22 명 ③ 23 명 ④ 24 명 ⑤ 25 명

해설

어른 수를 x 라 하면,
$12000x > 9600 \times 30$
$\therefore\ x > 24$
$\therefore$ 25 명 이상

13. 다람쥐가 18m 높이의 나무를 오르려고 한다. 이 다람쥐는 1 시간 올라가면 2m 씩 내려가는 습관이 있다고 한다. 4 시간 이내에 나무를 오르려 할 때, 다람쥐는 1 시간에 적어도 몇 m 씩 올라가야 하는지 구하면?

① 3m ② 4m ③ 5m ④ 6m ⑤ 7m

해설

다람쥐가 1 시간에 올라가야 할 거리를 x 라 할 때
$4x - 3 \times 2 \geq 18$, $x \geq 6$
다람쥐는 1 시간에 적어도 6m 이상 올라가야 한다.

14. 두 분수 $\frac{7}{176}$, $\frac{11}{140}$ 에 어떤 세 자리 자연수 A 을 곱한 값은 모두 유한소수가 된다. 이것을 만족하는 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$\frac{7}{176} \times A = \frac{7 \times A}{2^4 \times 11}$, $\frac{11}{140} \times A = \frac{11 \times A}{2^2 \times 5 \times 7}$

이 두 수가 두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로 A 는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수 중 세 자리 자연수는

$77 \times 2 = 154$, $77 \times 3 = 231$, $\cdots$, $77 \times 12 = 924$ 이므로 구하는 수의 개수는 $12 - 1 = 11$ (개)

15. $\frac{a}{2^3 \times 7}$를 약분하면 $\frac{1}{b}$이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 14$

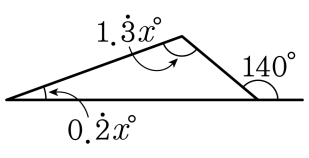
▷ 정답: $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$가 유한소수가 되어야 하므로 a는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$이 되므로 $b = 4$이다.

16. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.\dot{2}x^\circ + 1.\dot{3}x^\circ = 140^\circ$가 된다.

$0.\dot{2}x^\circ + 1.\dot{3}x^\circ = \frac{2}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = \frac{14x^\circ}{9} = 140^\circ$

$\therefore x = 90$

17. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$와 분수 $\frac{6}{5}$의 곱은 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$이고, 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$와 $0.\dot{b}\dot{a}$의 합은 1이다. 이때, $0.\dot{b}\dot{a} - 0.\dot{a}\dot{b}$의 값을 순환소수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $0.\dot{0}\dot{9}$

해설

$0.\dot{a}\dot{b} \times \frac{6}{5} = 0.\dot{b}\dot{a}$, $\frac{10a+b}{99} \times \frac{6}{5} = \frac{10b+a}{99}$

$6(10a+b) = 5(10b+a)$, $5a = 4b \cdots ①$

$0.\dot{a}\dot{b} + 0.\dot{b}\dot{a} = 1$, $\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} = 1$

$a+b = 9 \cdots ②$

①, ②에서 $a = 4$, $b = 5$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} - 0.\dot{a}\dot{b} = 0.\dot{5}\dot{4} - 0.\dot{4}\dot{5} = 0.\dot{0}\dot{9}$

18. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$

$2^{5x} = 2^{x+4}$

$\therefore x = 1$

19. $81^{2x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{5}$

해설

$(3^4)^{2x-4} = (3^{-2})^{x+1}$

$8x - 16 = -2x - 2$

$10x = 14$

$\therefore\ x = \frac{7}{5}$

20. A 가 양의 정수일 때, 한 변의 길이가 A 인 정육면체의 높이를 1만큼 짧게 했더니 부피가 648 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$648 = 2^3 \times 3^4$ 이고,
높이 A 를 1 만큼 짧게하면 높이는 $A - 1$
따라서 부피는 $A^2 \times (A - 1)$ 이다.

$$\begin{aligned} A^2 \times (A - 1) &= 2^3 \times 3^4 \\ &= (3^2)^2 \times 2^3 \\ &= 9^2 \times (9 - 1) \end{aligned}$$

$\therefore A = 9$

21. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다. 만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bc\dot{d}$ 에서
소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우
나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.
$\therefore\ 3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)
b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로
총 $(1+2+3+4) \times 6 = 60$ 이다.
따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

22. $a = \dfrac{9}{13}$ 일 때, $a \times (10^6 - 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 692307

해설

$a = 0.\dot{6}92307\dot{}$ 이므로 $a = \dfrac{692307}{999999}$

$$\begin{aligned} \therefore a \times (10^6 - 1) &= a \times 999999 \\ &= \frac{692307}{999999} \times 999999 \\ &= 692307 \end{aligned}$$