

1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

2. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x - y) + (3x - 2y) = 8x - 3y$

② $(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - (2x^3 - 4x^2 - 1) = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8$

③ $(xy + xy^2 - x^2) - (3x^2 - xy)$
 $= 2xy + xy^2 - 4x^2$

④ $(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1)$
 $= 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

⑤ $(x^3 - 3xy^2 - 2y^3) \div (x + y) = x^2 - xy - 2y^2$

해설

$$(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 1$$

3. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$(a - b - c)^2$$

$$= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$$

4. 등식 $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 + (b + c)x - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ $-\frac{7}{3}$

④ $-\frac{11}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, \quad -(2a + c) = b + c, \quad 1 = c$$

$$a - b = -2, \quad -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, \quad b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

5. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,

$$-18 = -6a \quad \therefore a = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$10 = 10c \quad \therefore c = 1$$

양변에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$$

6. $(3 + 2i) - (3 - 2i)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는 $4i$ 가 되므로 답은 $4i$ 이다.

7. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

8. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\ &= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 4^2 - 2 \cdot 7 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2\end{aligned}$$

9. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

① $(x+1)^2 = -3$

② $(x+1)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 = -1$

④ $(x+3)^2 = 1$

⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면

① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

② $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이

$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로

$$y = a(x - 2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$$

위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로

$$-4a = b, 4a + 5 = -3$$

$$\therefore a = -2, b = 8$$

$$\therefore a + b = 6$$

11. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

12. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

13. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면

$x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

14. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a = -2$, $b = -1$

15. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

16. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

17. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

18. 등식 $3x - 2yi = (2 + i)^2$ 이 성립하는 x, y 에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$3x - 2yi = (2 + i)^2 = 3 + 4i$$

$$x = 1, \quad y = -2$$

$$\therefore xy = -2$$

19. 복소수 z 와 그의 켈레복소수 \bar{z} 에 대하여 등식 $(1 - 2i)z - i\bar{z} = 3 - 5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1 + i$

② $2 + i$

③ $2 + 2i$

④ $1 - i$

⑤ $2 - i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$\begin{aligned}(1 - 2i)(a + bi) - i(a - bi) &= a + bi - 2ai + 2b - ai - b \\ &= (a + b) + (-3a + b)i = 3 - 5i\end{aligned}$$

따라서 $a + b = 3$, $-3a + b = -5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 2, b = 1$$

따라서 $z = 2 + i$ 이다.

20. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답: $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

\therefore 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

21. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라 하고,}$$

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

22. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

23. 두 수 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

24. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ \therefore & 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

25. x 에 관한 정식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9라 한다. 이 정식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $4x + 3$

② $4x + 1$

③ $4x - 1$

④ $4x - 3$

⑤ $4x - 5$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면,

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(3) = 3a + b = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서 $a = 4, b = -3$

\therefore 나머지는 $4x - 3$

26. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x - 1)(2x - 1)(2x + 1)$

② $(x + 1)(2x + 1)(2x - 1)$

③ $(x + 1)(2x + 1)(3x - 1)$

④ $(x + 1)(2x - 1)(3x + 1)$

⑤ $(x - 1)(2x + 1)(2x - 1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x + 1$ 로 나누어떨어진다.

$$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x + 1)(6x^2 - x - 1)$$

$$= (x + 1)(2x - 1)(3x + 1)$$

27. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

A 와 B 의 최대공약수를 G 라 하고,

$A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)를

$A = BQ + R$ 에 대입하면

$$Ga = GbQ + R \quad \therefore R = G(a - bQ)$$

그러므로 (가)는 B 와 R 의 공약수이다.

그런데, a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수이외의 (나)가 없다.

따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

① $a - bQ$, 공약수

② G , 공약수

③ G , 공배수

④ $a - bQ$, 공배수

⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga, B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$

$\therefore R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.

그런데 a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의 (공약수)가 없다.

28. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 의 두 근은?

- ① $\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2} + 1$ 을 곱하면

$$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$$

$$(x - \sqrt{2}) \{x - (\sqrt{2} + 1)\} = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$$

해설

$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

29. 이차방정식 $x^2 + x + 4(k-2) = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-2 < k \leq -1$

② $-1 < k \leq \frac{33}{16}$

③ $2 < k \leq \frac{33}{16}$

④ $k \leq \frac{16}{33}$

⑤ $k < \frac{21}{16}$

해설

두 근을 α, β 라고 할 때,
모두 음수일 조건은

$$\alpha + \beta < 0, \alpha\beta > 0, D \geq 0$$

(i) $\alpha + \beta = -1 < 0$

(ii) $\alpha\beta = 4(k-2) > 0 \quad \therefore k > 2$

(iii) $D = 1^2 - 4 \cdot 4(k-2) = 33 - 16k \geq 0$

$$\therefore k \leq \frac{33}{16}$$

(ii)과 (iii)의 공통 범위는 $2 < k \leq \frac{33}{16}$

30. x^2 의 계수가 1인 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 의 합이 $2x^2 + 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 이다. $f(0) = 3$, $g(0) = -6$ 일 때, $f(2) + g(-1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$f(x) + g(x) = 2x^2 + 5x - 3$$

$$f(x) = Ga, g(x) = Gb \quad (a, b \text{는 서로소})$$

$$G(a+b) = (2x-1)(x+3)$$

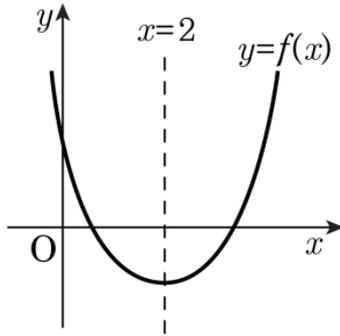
$$\text{최소공배수 } Gab = (x+3)(x-2)(x+1)$$

$$f(x) = (x+3)(x+1) \quad (\leftarrow f(0) = 3)$$

$$g(x) = (x+3)(x-2) \quad (\leftarrow g(0) = -6)$$

$$\therefore f(2) + g(-1) = 15 + (-6) = 9$$

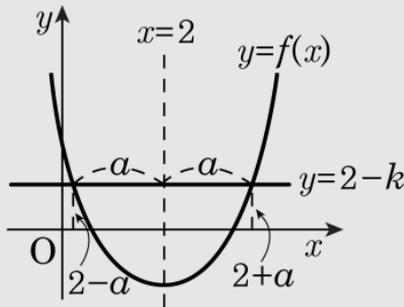
31. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x 에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면
 $f(t) = 0$ 을 만족시키는 두 실근은
 $t = 2 - k$ 또는 $t = 2 + k$
 $(0 < k < 2)$ 로 놓을 수 있다.
 $\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$



(i) $f(x) = 2 - k$ 를 만족시키는 x 의 값은
 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = 2 - k$ 의 교점의 x 좌표이므로
 $x = 2 - a$ 또는 $x = 2 + a$
(ii) $f(x) = 2 + k$ 를 만족시키는 x 의 값도
마찬가지로 생각하면 $x = 2 - b$ 또는 $x = 2 + b$
따라서 $f(f(x)) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은
 $(2 - a) + (2 + a) + (2 - b) + (2 + b) = 8$

32. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

33. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.