

1. 다음은 유한소수로 나타내어지는 분수를 유한소수로 나타내는 과정이다. $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1 \times a}{5^2 \times a} = \frac{b}{100} = 0.04$$
$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times c}{2^3 \times 5 \times c} = \frac{75}{d} = 0.075$$

▶ 답:

▷ 정답: 1033

해설

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1 \times 4}{5^2 \times 4} = \frac{4}{100} = 0.04$$
$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{1000} = 0.075$$
$$a = 4, b = 4, c = 25, d = 1000$$
$$\therefore a + b + c + d = 1033$$

2. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\begin{aligned}\frac{22}{111} &= 0.198 \\ x &= 198 \\ \frac{7}{3} &= 2.3 \\ y &= 3 \\ \therefore x + y &= 201\end{aligned}$$

3. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

4. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

- ① 2.803 ② 2.803 ③ 2.803 ④ 2.83 ⑤ 2.83

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \dots = 2.8\bar{3}$$

5. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

- ① $2.\dot{9}$ ② $4.\dot{6}$ ③ $5.\dot{0}\dot{9}$ ④ $1.\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

6. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

- ① 한 자리 정수
- ② 두 자리 정수
- ③ 세 자리 정수
- ④ 네 자리 정수
- ⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$

$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

7. 다음은 순환소수를 분수로 고치는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

순환소수 $0.4\overline{35}$ 에 대하여 $0.4\overline{35} = x$ 라 하자.
 그러면 $x = 0.4\overline{35} = 0.4353535\cdots$
 (가) $= 4.353535\cdots$ ㉠
 (나) $= 435.353535\cdots$ ㉡
 ㉡ - ㉠을 하면 $990x = 431$
 $\therefore x =$ (다)

① $10x, 100x, \frac{431}{990}$
 ③ $100x, 10x, \frac{431}{900}$
 ⑤ $10x, 100x, \frac{431}{900}$

② $10x, 1000x, \frac{431}{990}$
 ④ $1000x, 10x, \frac{431}{900}$

해설

순환소수 $0.4\overline{35}$ 에 대하여 $0.4\overline{35} = x$ 라 하자.
 그러면 $x = 0.4\overline{35} = 0.4353535\cdots$
 $10x = 4.353535\cdots$ ㉠
 $1000x = 435.353535\cdots$ ㉡
 ㉡ - ㉠을 하면 $990x = 431$
 $\therefore x = \frac{431}{990}$

8. $1+0.1+0.01+0.001+0.0001+0.00001+0.000001+\dots$ 을 계산하여
기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 1.11111\dots = 1.\bar{1}$$

$$1.\bar{1} = \frac{11-1}{9} = \frac{10}{9}$$

9. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 은우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.00\bar{1}$ 이 되었고, 성재는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.10\bar{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{1}{90}$ ② $\frac{1}{99}$ ③ $\frac{1}{999}$ ④ $\frac{101}{990}$ ⑤ $\frac{101}{999}$

해설

$$\text{은우} : 0.00\bar{1} = \frac{1}{999},$$

$$\text{성재} : 0.10\bar{2} = \frac{102 - 1}{990} = \frac{101}{990}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{성재가 본 분자})}{(\text{은우가 본 분모})} = \frac{101}{999} = A \text{ 이다.}$$

10. 순환소수 $3.\dot{4}5$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① 33 ② 34 ③ 90 ④ 99 ⑤ 121

해설

$3.\dot{4}5 = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11}$ 이므로 A 는 11의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

11. 다음 □안에 알맞은 식은?

$$\square \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

- ① $9a^6b^4$ ② $6a^3b^2$ ③ $-9a^6b^4$
④ $-6a^3b^2$ ⑤ $6ab^2$

해설

$$\square = \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4$$

12. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0$)

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

13. 식 $(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$ 를 간단히 하면?

- ① $3a + 4b - 5$ ② $3a + 2b - 3$ ③ $5a - 2b - 3$
④ $5a + 2b + 3$ ⑤ $5a - 2b + 3$

해설

$$\begin{aligned} & (4a + b - 1) - (-a + 3b - 4) \\ &= 4a + b - 1 + a - 3b + 4 \\ &= 5a - 2b + 3 \end{aligned}$$

14. 식 $(5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1)$ 을 간단히 하면?

① $2x^2 - 5x + 6$ ② $5x^2 - 2x + 5$ ③ $5x^2 - 4x + 2$

④ $7x^2 - 2x + 3$ ⑤ $7x^2 - 3x + 6$

해설

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1) \\ &= 5x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x - 1 \\ &= 7x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

15. $11a^2 - a - 4$ 에서 어떤 식을 뺀 것은 그 어떤 식에서 $5a^2 + 9a - 6$ 을 뺀 것과 결과가 같다고 한다. 어떤 식을 구하면?

- ① $-4a^2 + 8a + 5$ ② $8a^2 - 4a + 5$ ③ $-8a^2 + 4a - 5$
④ $4a^2 + 8a - 5$ ⑤ $8a^2 + 4a - 5$

해설

어떤 식을 A 라고 하면

$$11a^2 - a - 4 - A = A - (5a^2 + 9a - 6)$$

$$2A = 11a^2 - a - 4 + 5a^2 + 9a - 6 = 16a^2 + 8a - 10$$

$$\therefore A = 8a^2 + 4a - 5$$

16. $2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left[\frac{1}{2}x^2 - \left\{ \frac{5}{2}x - (3x^2 - 1) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$ 에서 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + 2c$ 의 값은?

- ① 0 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left[\frac{1}{2}x^2 - \left\{ \frac{5}{2}x - (3x^2 - 1) \right\} \right] \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left\{ \frac{1}{2}x^2 - \left(\frac{5}{2}x - 3x^2 + 1 \right) \right\} \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3x^2 - 1 \right) \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 2x^2 + 10x - 12x^2 + 4 \\ &= -12x^2 + 10x + \frac{11}{2} \\ \therefore a + b + 2c &= -12 + 10 + 11 = 9 \end{aligned}$$

17. 어떤 다항식을 $2x$ 로 나눈 값이 $-4x+3y+\frac{1}{2}$ 일 때, 어떤 다항식은?

① $-2x+\frac{3}{2}y$

② $-8x^2+6xy+x$

③ $-\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y$

④ $-2x+6xy+1$

⑤ $8x+6y-1$

해설

어떤 다항식을 A 라 하면 $A \div 2x = -4x + 3y + \frac{1}{2}$

$\therefore A = \left(-4x + 3y + \frac{1}{2}\right) \times 2x = -8x^2 + 6xy + x$

19. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x-y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 을 대입하면

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

20. $A = x - y$, $B = -2x + y$ 일 때, $3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}] = ax + by$ 이다. $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

$3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}]$ 을 정리하면 $2A + 2B$ 이다.

$A = x - y$, $B = -2x + y$ 를 대입하면

$$2(x - y) + 2(-2x + y) = -2x$$

$$a = -2, b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

21. $a : b = 3 : 2$, $b : c = 1 : 2$ 일 때, $\frac{6a + 5b - c}{3a + 4b}$ 의 값은?

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{19}{11}$ ④ $\frac{24}{17}$ ⑤ $\frac{27}{19}$

해설

$$3b = 2a, c = 2b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}b, c = 2b$$

$$\therefore \frac{6a + 5b - c}{3a + 4b} = \frac{(9 + 5 - 2)b}{\left(\frac{9}{2} + 4\right)b} = \frac{12}{\frac{17}{2}} = \frac{24}{17}$$

23. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5\dot{2} - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

24. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수)일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$

25. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2n+1$, $2n-1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수}) \end{aligned}$$

26. $3^2 \times (3^a)^5 = 3^{17}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$$2 + 5 \times \square = 17$$

$$5 \times \square = 15$$

$$\therefore \square = 3$$

28. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

29. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.
 $3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로

$19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

30. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19 \text{ 이므로 } a = 19, b = 6$$

$$\therefore a + b = 19 + 6 = 25$$

31. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

32. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...
 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...
 k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

33. $a = -\frac{1}{3}$, $b = 4$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{1}{4}ab\right)^3 \div (-ab^2)^2 \times 24ab^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -\frac{1}{64}a^3b^3 \times \frac{1}{2^2b^4} \times 24ab^2 = -\frac{3}{8}a^2b \\ &= -\frac{3}{8} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 4 = -\frac{1}{6}\end{aligned}$$

34. $x \otimes y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{ 이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.09$ 에 대하여 $(a \otimes b) \otimes (c \otimes d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$a \neq b, c = d, (a \otimes b) \otimes (c \otimes d) = -2 \otimes 2 = -2$$

35. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \mid 28 \quad 42 \quad 70 \\ 7 \mid 14 \quad 21 \quad 35 \\ \hline 2 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

28, 42, 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$