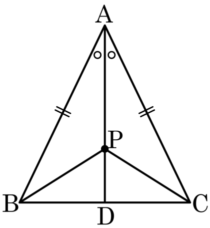
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CD}$

② $\overline{BP} = \overline{BD}$

③ $\angle ADB = 90°$

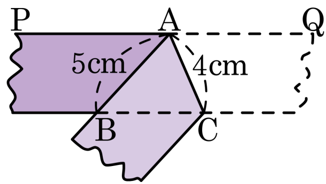
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$

⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$이다.
④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통)이므로 합동조건(SAS합동)에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$이다.

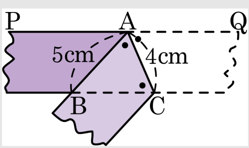
2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle QAC = \angle CAB$ (종이 접은 각)

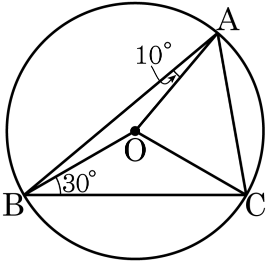
$\angle QAC = \angle ACB$ (엇각)

$\therefore\ \angle CAB = \angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{AB} = 5\text{cm}$

3. 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

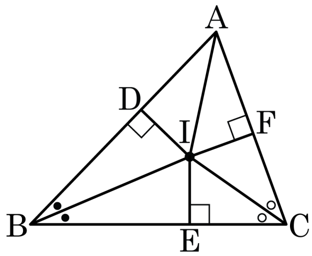
$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$,

$\angle OAC = \angle OCA$

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$

$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

4. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$

ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)

iii) $\overline{ID} =($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$

$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$

따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$ ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,

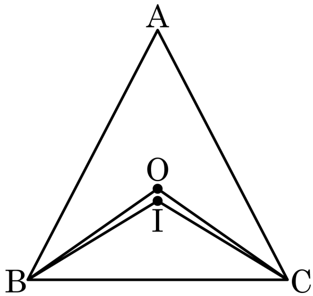
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

5. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 110°$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



① 166° ② 168.5° ③ 170°

④ 172.5° ⑤ 178°

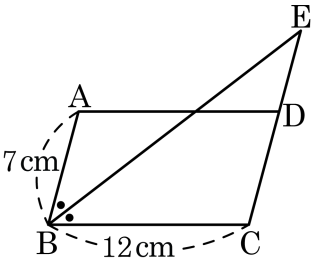
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 110°$, $\angle A = 55°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 55° + 90° = 117.5°$ 이다.

따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5° + 55° = 172.5°$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AD}+\overline{DE}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 평행사변형이다.)

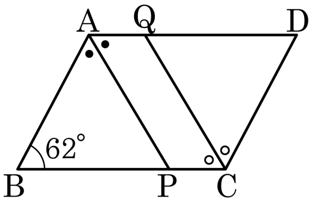


① 14 cm ② 15 cm ③ 17 cm ④ 19 cm ⑤ 36 cm

해설

$\angle ABE$ 와 $\angle BEC$ 는 엇각이므로 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{CE}=12\,\text{cm}$ 이다.
이때 $\overline{CD}=7\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE}=5\,\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{AD}+\overline{DE}=12+5=17(\text{cm})$

7. 다음 평행사변형ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$는 각각 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이고 $\angle ABP = 62°$ 일 때, $\angle APC$ 의 크기는?



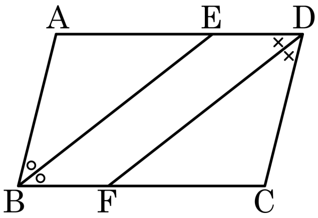
① 62° ② 59° ③ 118° ④ 121° ⑤ 124°

해설

$\angle ABP = 62°$ 이므로 $\angle BAP = (180° - 62°) \div 2 = 59°$

따라서 $\angle APC = 62° + 59° = 121°$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AE}$

㉡ $\overline{ED} = \overline{BF}$

㉢ $\overline{AE} = \overline{DC}$

㉣ $\overline{BE} = \overline{FD}$

㉤ $\angle AEB = \angle DFC$

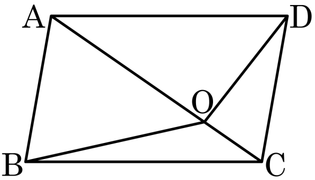
㉥ $\angle ABE = \angle FDC$

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

사각형 BEDF 는 평행사변형이고,
$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ 이므로 ㉠~㉥ 모두 옳다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O에 대하여 $\triangle OAD = 8\text{cm}^2$, $\triangle OCD = 3\text{cm}^2$일 때, $\triangle OAB$의 넓이를 구하면?



① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2 ④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(\text{cm}^2)$이다.

$\triangle OAB = x$라고 하면

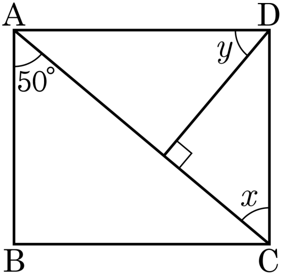
$\triangle OBC = 11 - x$

또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$에서

$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$

$\therefore\ x = 8(\text{cm}^2)$

10. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)



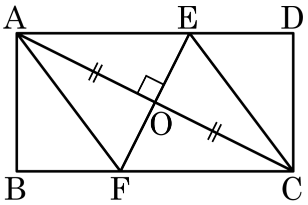
① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x = 50^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$ 따라서 $\angle x + \angle y = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle AFC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)

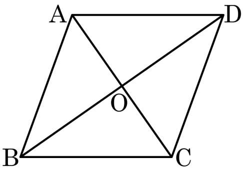
따라서 두 삼각형이 합동이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.

□AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.

즉, $\overline{FC} = \overline{AF} = 5\text{cm}$ 이고, 높이는 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 이므로

$$\therefore\ \triangle AFC = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



① 사다리꼴 ② 직사각형

③ 정사각형 ④ 마름모

⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

△OAB 는 이등변삼각형이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

→ □ABCD 는 직사각형

$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

→□ABCD 는 마름모

∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

13. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다. ② S는 Q이다. ③ Q는 V이다.

④ R은 Q이다. ⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

14. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

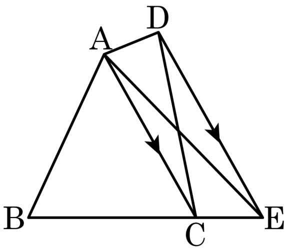
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 25$, $\triangle ACE = 10$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

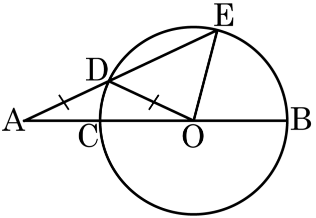
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ACE$ 는 밑변 $\overline{AC}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$\therefore\ \square ABCD = 25 + 10 = 35$

16. 다음 그림의 원 O 에서 삼각형 AOD 는 $\angle$D 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = a : b$ 라 할 때 $a+b$ 를 구하여라.



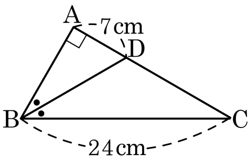
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\angle\mathrm{DAO} = \alpha$ 라고 하면
$\triangle\mathrm{DAO}$ 가 이등변삼각형이므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 에 대한 중심각의 크기는 α 이고 $\angle\mathrm{EDO} = 2\alpha$
$\triangle\mathrm{DOE}$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{AEO} = 2\alpha$
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ 에 대한 중심각은 삼각형 AOE 의 외각이므로 그 크기는 $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ 이다.
따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = 1 : 3$
$\therefore\ a + b = 4$

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.

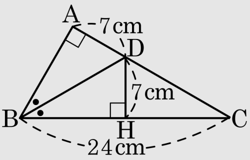


▶ 답 : _______ cm^2

▷ 정답 : 84 cm^2

해설

($\triangle DBC$의 넓이) $= 24 \times 7 \times \frac{1}{2} = 84\ (\text{cm}^2)$



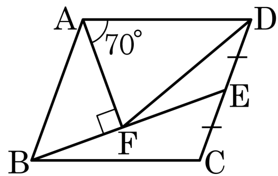
18. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

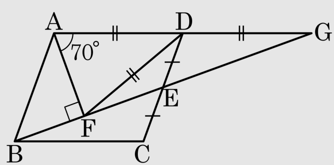
19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면

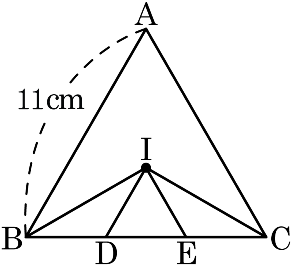
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,

$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.

직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$

$\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

20. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle$IDE 의 둘레의 길이는?

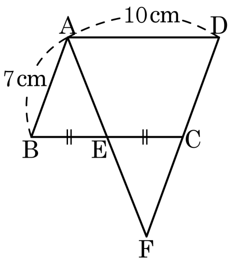


① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle$IDE 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

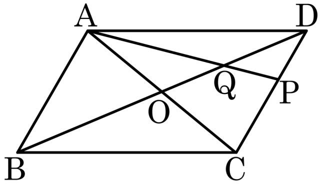
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

22. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP}$: $\overline{PD}=3:2$, $\overline{AQ}$: $\overline{QP}=5:2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD=\frac{1}{2}S$

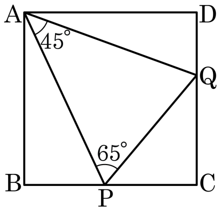
$\overline{CP}$: $\overline{PD}=3:2$ 이므로 $\triangle ACP=\frac{3}{5}\triangle ACD=\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right)=\frac{3}{10}S$

그리고 $\triangle OAP=\frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore\ \triangle OAP=\frac{3}{20}S$

또한 $\overline{AQ}$: $\overline{QP}=5:2$ 이므로 $\triangle AOQ=\frac{5}{7}\triangle OAP$

따라서 $\triangle AOQ=\frac{5}{7}\triangle OAP=\frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right)=\frac{3}{28}S$

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle APQ = 65°$, $\angle PAQ = 45°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.

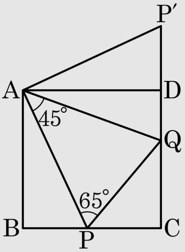


▶ 답 : ___ °

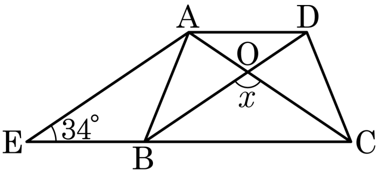
▷ 정답 : 70 °

해설

$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면
$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ 이다.
$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$ 는 공통
$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$(SAS합동)
$\therefore \angle AQD = 180° - 65° - 45° = 70°$



24. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AE} // \overline{DB}$, $\angle AEB = 34°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 112 °

해설

사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 점 O라고 하면,

$\overline{AE} // \overline{DB}$이므로 $\angle AEB = \angle OBC = 34°(\because$ 동위각)

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BC}$는 공통,

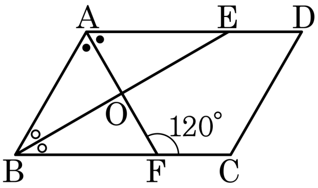
등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

따라서 $\angle DBC = \angle ACB$이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BOC = \angle x = 180° - (2 \times 34°) = 112°$

25. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AFC = 120°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 150 °

해설

$\angle EAF = 180° - 120° = 60°$

$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 120° = 60°$

$\angle AEB = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\therefore \angle DEB = 180° - 30° = 150°$