

1. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $(2x-1)(3x+2) = -4x(x-1) - 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{5}$

② $3(x+2)(x-4) = 4x(x-5) \rightarrow x = 2$ 또는 $x = 12$

③ $(x-1)^2 + (x-2)^2 = (x-3)^2 \rightarrow x = 2$ (중근)

④ $\frac{1}{2}(x-1) = 2x - \frac{x^2-1}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 5$

⑤ $\frac{3}{5}(x-2)(x+1) = \frac{2}{5}x^2 - 0.3x - 1.1 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

해설

① $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(2x-1)(5x+1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

③ $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

따라서 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

4. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

5. $(x+2)(x-5)=0$ 이 참이 되게 하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

$$\therefore -2+5=3$$

6. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m-n$ 의 값은? (단, $n > m$)

① -14 ② -11 ③ -8 ④ 8 ⑤ 14

해설

식을 정리하면 $x^2 - 8x - 33 = 0$

$(x-11)(x+3) = 0$

$x = -3$ 또는 $x = 11$ 이므로

$m = -3, n = 11$

$\therefore m - n = -14$

7. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -20

② -15

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

8. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

9. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

10. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 증근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 증근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

증근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.

또한 증근은 $x = 3$ 이다.

11. 이차방정식 $(x+3)^2-6=0$ 을 풀면?

- ① $x = 3 \pm \sqrt{6}$ ② $x = 3 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$
④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2-6 &= 0, \quad (x+3)^2 = 6 \\ x+3 &= \pm\sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 의 두 근이 $-2\pm\sqrt{6}$ 일 때, $b+c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{6}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } (x + 2)^2 = 6$$

$$x^2 + 4x + 4 = 6, \quad x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\therefore b = 4, \quad c = -2$$

$$\therefore b + c = 2$$

13. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

14. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$\therefore [a] = 5$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

따라서 $p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

16. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2 \\ 5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -4$

해설

(i) $3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5A - 2 = 0$$

$$(3A-1)(A+2) = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{3} \text{ 또는 } A = -2$$

a, b 는 정수이므로 $a+b = -2$

(ii) $5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$5B^2 - 29B - 6 = 0$$

$$(5B+1)(B-6) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } B = 6$$

a, b 는 정수이므로 $a-b = 6$

(i), (ii) 에서

$$a+b = -2$$

$$+) a-b = 6$$

$$\hline 2a = 4$$

$$\therefore a = 2, b = -4$$

17. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

18. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 - 8m = 0$$

$(k-2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$$\therefore a + b = 37$$

19. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

20. 지면에서 30m/s 의 속도로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 $h\text{m}$ 라 하면 $h = 30t - 5t^2$ 이다. 이 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m 의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 몇 초인지 구하여라.

▶ 답: 조

▷ 정답 : $1 + \sqrt{7}$ 초

해설

(1) 공의 높이가 40m 일 때이므로 $h = 40$ 을 대입하면
 $40 = 30t - 5t^2$

$$40 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } 4$$

(2) 공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$$10 = 30t - 5t^2$$

$$10 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 2 = 0$$

$$\therefore t = 3 \pm \sqrt{7}$$

따라서 (1)에서 2 초 후에 물체가 지면으로부터 40m 높이의 위치를 올라갔다
(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m 를 지나므로 물체가 지면으로

(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m를 지나므로 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 $3 + \sqrt{7} - 2 = 1 + \sqrt{7}$ 초 동안이다.

21. 다음을 만족하는 수들의 제곱의 합은?

어떤 수와 그 수의 제곱의 합은 30이다.

- ① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 77

해설

어떤 수를 x 라고 하면

$$x + x^2 = 30$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore 36 + 25 = 61$$

22. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답 : 13명

해설

만 친구들을 x 라고 하면,
 $x(x-6) = 91$ 이므로
 $x^2 - 6x - 91 = 0$
 $(x+7)(x-13) = 0$
 따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

23. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

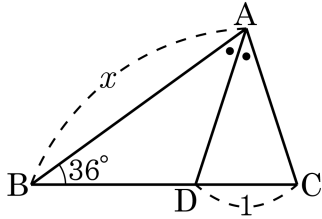
해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

24. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, AB 의 길이는?



- ① $\frac{-1+2\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{6+\sqrt{5}}{4}$

해설

$$\angle A = \angle C = 72^\circ$$

$$\triangle ABD \text{ 는 이등변삼각형이므로 } \overline{BD} = x - 1 = \overline{DA}$$

$$\triangle ADC \text{ 도 이등변삼각형 } \overline{DA} = x - 1 = \overline{AC}$$

그리고 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$$

$$x : (x - 1) = (x - 1) : 1, (x - 1)^2 = x, x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ 에서 } x > 1 \text{ 이므로 } x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

25. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

처음 원의 반지름 : r
늘인 원의 반지름 : $r + 3$
 $\pi(r + 3)^2 = 4\pi r^2$
 $r^2 + 6r + 9 = 4r^2$
 $3r^2 - 6r - 9 = 0$
 $r^2 - 2r - 3 = 0$
 $(r - 3)(r + 1) = 0$
 $\therefore r = 3 \text{ cm } (r > 0 \text{ 이므로})$