

1. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면
1 의 약수 : 1
3 의 약수 : 1, 3
5 의 약수 : 1, 5
15 의 약수 : 1, 3, 5, 15
31 의 약수 : 1, 31
35 의 약수 : 1, 5, 7, 35
53 의 약수 : 1, 53
따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.

2. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

3. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

4. 다음 중 50 의 소인수로만 이루어진 모임은?

- ① 2, 5
- ② 1, 2, 5
- ③ 1, 2, 5, 10
- ④ 2, 5, 10, 25
- ⑤ 1, 2, 5, 10, 25, 50

해설

50 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 50} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

이므로 50 의 소인수는 2, 5 이다.

5. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

6. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

7. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

8. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

9. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

10. 다음 중 3의 배수인 것은?

① 124

② 263

③ 772

④ 305

⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$5^2 = 25$

㉡

$3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢

$2^4 = 4^3$

㉣

$\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤

$\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

- ①

㉠, ㉡
- ②

㉠, ㉢
- ③

㉠, ㉤
- ④

㉡, ㉣
- ⑤

㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

12. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$

이고, 두 번째 작은 자연수는

$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

13. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

- ㉠ $2^2 \times 3 \times 5^2$

㉡ 54
- ㉢ 36

㉣ $2^4 \times 5^2$
- ㉤ 469

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 정답 : ㉠
- ▶ 정답 : ㉣
- ▶ 정답 : ㉢
- ▶ 정답 : ㉡
- ▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ 18개

㉢ 9개

㉤ 4개

㉡ 8개

㉣ 15개

14. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다.

$\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$$

$$x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^3 = 8$$

15. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

16. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

17. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$ 와 $2 \times 3 \times 5^b$ 의 최소공배수가 360 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 3$, $b = 1$ 이다.

$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$

18. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

19. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

20. 가로 길이와 세로 길이, 높이가 각각 8cm, 18cm, 6cm인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 432 개

해설

8, 18, 6의 최소공배수는 72이므로
(필요한 벽돌의 수)
 $= (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6)$
 $= 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개})$

21. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 4 \quad 7} \\ 1 \quad 2 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 7 = 28$$

2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28 + 1 = 29$ 이다.

22. 두 자연수 A 와 64 의 최대공약수는 8 이고, 최소공배수는 320 일 때, 64 와 A 의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$A \times 64 = 8 \times 320, A = 40$$

$$\therefore 64 - A = 64 - 40 = 24$$

23. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ **답 :** 93 개

▷ **정답 :** 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

24. 민수는 4 일간 일하고 하루 쉬고, 윤희는 5 일간 일하고 이틀간 쉬다고 한다. 같은 날 일을 시작하여 이와 같이 1 년 동안 일을 할 경우 민수, 윤희가 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하여라.

▶ 답: 일

▶ 정답 : 20일

해설

5 와 7 의 최소공배수를 구하면 35 이고 35 일 간격으로 같이 쉬게 되며 7 주에서 같이 쉬는 날은 구하여 보면 2 일이다

뒤게 되며, 그중에서 같이 뒤는 열은 구하여 보면 2 열이다.

뒤는 11, 11, 5, 10, 15, 20

민수가 쉬는 날 : 5 일, 10 일, 15 일, 20 일,

95 이 90 이 95 이

25 일, 30 일, 35 일

우리가 신의 나라에 이르기 위하여

윤희가 쉬는 날 : 6 일, 7 일

20 이 21 이

20 일, 21 일, 27 일, 28 일

34 일, 35 일
 $365 = 35 \times 10 + 15$ 이다.
 따라서 같이 쉬는 날은 $10 \times 2 = 20$ (일)이다.

25. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.