

1. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ 이다.

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

주어진 식을 정리하면

$$x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = x^2 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

이므로

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9,$$

$$\therefore x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right) = 9 + 3 = 12$$

2. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5$$

$$\therefore x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17$$

3. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$

⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$\begin{aligned}x &= a(a - 6) = a^2 - 6a \\(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7) \\&= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\} \\&= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7) \\&= (x + 8)(x - 7) \\&= x^2 + x - 56\end{aligned}$$

4. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$

⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

5. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$\therefore ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

6. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

① 52

② 56

③ 60

④ 72

⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\&= 9^2 - 3 \times 3 \\&= 72\end{aligned}$$

7. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\&= 3^2 - 3 \times (-4) \\&= 21\end{aligned}$$

8. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

① 20

② 25

③ 7

④ 5

⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

9. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

10. 다음 식을 계산하여라.

$$7(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & (8-1)(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^2-1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^4-1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^8-1)-8^8 \\ &= -1 \end{aligned}$$

11. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

12. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

13. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
 $= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
 $= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
 x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

14. $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$ 에서 x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

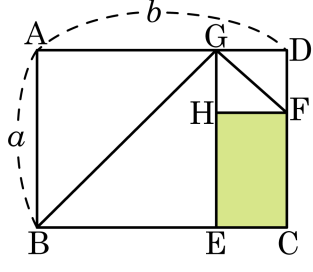
▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} & (x-2)(x-1)(x+1)(x+2) \\ &= \{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\} \\ &= (x^2-1)(x^2-4) = x^4 - 5x^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 -5 이다.

15. 세로의 길이가 a , 가로 길이가 b 인 직사각형 ABCD 를 그림과 같이 AB 를 BE 에, GD 를 GH 에 겹치게 접었을 때, □HECF 의 넓이를 a , b 로 나타내면?



- ① $-2a^2 + 3ab - b^2$ ② $a^2 - 3ab - 2b^2$
 ③ $-2a^2 - ab + 3b^2$ ④ $3a^2 - 2ab - b^2$
 ⑤ $3a^2 + ab - 2b^2$

해설

□ABEG 와 □GHFD 는 정사각형이므로
 □HECF 의 가로 길이는 $(b-a)$ 이고, 세로 길이는 $a-(b-a) = 2a-b$ 이다.
 □HECF 의 넓이를 구하면,
 $(b-a)(2a-b) = 2ab - b^2 - 2a^2 + ab$
 $= -2a^2 + 3ab - b^2$

16. $x^2 - 8x + 1 = 0$ 일 때, $2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

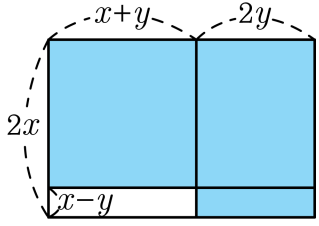
$x^2 - 8x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 8$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2 \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \right) = 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 = 2 \times 8^2 = 128$$

17. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, xy 의 계수는?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (전체의 넓이) - (색칠이 안 된 부분의 넓이)
= $2x(x + y + 2y) - (x + y)(x - y)$
= $2x(x + 3y) - (x^2 - y^2)$
= $2x^2 + 6xy - x^2 + y^2$
= $x^2 + 6xy + y^2$
따라서 xy 의 계수는 6이다.

18. $a + b = 6$, $ab = 8$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 이므로, $6^2 - 2 \times 8 = 36 - 16 = 20$

19. $x - y = 5$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, xy 의 값은?

① -5

② -8

③ -10

④ -12

⑤ -14

해설

$$(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

$$25 + 2xy = 9$$

$$2xy = -16$$

$$\therefore xy = -8$$

20. $x + y = 5$, $x^2 + y^2 = 13$ 일 때, xy 의 값은?

① -6

② -12

③ 4

④ 6

⑤ 12

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$25 = 13 + 2xy$$

$$2xy = 12$$

$$\therefore xy = 6$$

21. $a - b = -2$, $ab = 4$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 12

③ -4

④ -7

⑤ -15

해설

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \times 4 = 12$$

22. $x + y = 4$, $xy = -2$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \times (-2) \\&= 16 + 4 = 20\end{aligned}$$

23. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 가장 바르게 나타낸 것은? (단, 문자는 자연수)

- ① $201^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- ② $499^2 \Rightarrow (a+b)^2$
- ③ $997^2 \Rightarrow (a+b)(a-b)$
- ④ $103 \times 97 \Rightarrow (ax+b)(cx+d)$
- ⑤ $104 \times 105 \Rightarrow (x+a)(x+b)$

해설

- ① $201^2 = (200+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2$
- ② $499^2 = (500-1)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- ③ $997^2 = (1000-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- ④ $103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b)$

24. 98^2 을 계산하는데 가장 알맞은 식은?

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 98^2 &= (100 - 2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

25. 203^2 을 계산하는데 다음 중 가장 편리한 전개 공식은?

① $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $m(a+b) = ma + mb$

④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

⑤ $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

해설

$203^2 = (200+3)^2$ 이므로 $a = 200$, $b = 3$ 이라고 하면
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

26. 곱셈 공식을 사용하여, 201×199 를 계산할 때 가장 편리한 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 201 \times 199 &= (200 + 1)(200 - 1) \\ &= 200^2 - 1^2 \\ &= 39999 \end{aligned}$$

$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용한다.

27. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

$$(100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$$

28. $(2x - 3y + 2)(x + 3y - 2)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

① -6

② -3

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$(2x - 3y + 2)(x + 3y - 2)$ 에서 $3y - 2 = A$ 라 하면

$(2x - A)(x + A)$

$= 2x^2 + Ax - A^2$

$= 2x^2 + (3y - 2)x - (3y - 2)^2$ 이다.

위 식에서 xy 항이 나오는 경우는

$3y \times x = 3xy$

따라서, xy 의 계수는 3 이다.

29. $(2x-3)(2x+y-3)$ 을 전개한 것은?

① $4x^2 - 6x - 3y + 6$

② $4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 6$

③ $4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 9$

④ $4x^2 - 12x + 6xy - 3y + 9$

⑤ $4x^2 - 12x + 4xy - 3y + 9$

해설

$(2x-3)(2x-3+y)$ 에서 $2x-3 = t$ 로 치환하면 $t(t+y) = t^2 + ty$
 $(2x-3)^2 + (2x-3)y$
 $= 4x^2 - 12x + 9 + 2xy - 3y$
 $= 4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 9$
따라서 답은 ③번이다.

30. $(x + y - 5)(x - y - 5)$ 를 전개하는데 가장 적절한 식은?

① $\{(x + y) - 5\}\{(x - y) - 5\}$ ② $\{x + (y - 5)\}\{x - (y + 5)\}$

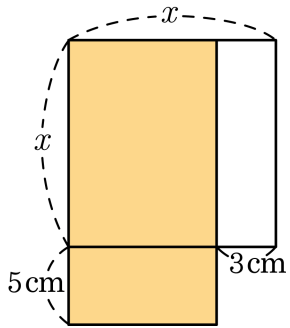
③ $\{(x - 5) + y\}\{(x - 5) - y\}$ ④ $\{x + (y - 5)\}\{(x - y) - 5\}$

⑤ $\{(x + y) + 5\}\{(x - y) + 5\}$

해설

식을 $\{(x - 5) + y\}\{(x - 5) - y\}$ 로 묶어서 $x - 5 = t$ 로 치환하여 전개하는 것이 가장 적절하다.

31. 다음 그림과 같은 색칠한 도형의 넓이는?



- ① $x^2 + 2x + 15$ ② $x^2 + 2x - 15$ ③ $x^2 - 2x - 15$
 ④ $x^2 + 3x - 15$ ⑤ $x^2 - 3x - 15$

해설

$$\begin{aligned} \text{(직사각형의 넓이)} &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (x - 3)(x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 15 \end{aligned}$$

32. 다음 전개식 중에서 옳지 않은 것은?

① $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

② $(2x+y)(y-2x) = -4x^2 + y^2$

③ $(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15$

④ $(2x+3y)(-5x+4y) = -10x^2 + 7xy + 12y^2$

⑤ $(3x-2)(x-y) = 3x^2 - 3xy - 2x + 2y$

해설

④ $(2x+3y)(-5x+4y)$
 $= -10x^2 + 8xy - 15xy + 12y^2$
 $= -10x^2 - 7xy + 12y^2$

33. $2(x+3)^2 + (x+2)(3x+1) = ax^2 + bx + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 11

② 22

③ 33

④ 44

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & 2(x^2 + 6x + 9) + (3x^2 + 7x + 2) \\ &= 2x^2 + 12x + 18 + 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 5x^2 + 19x + 20 \\ &a = 5, b = 19, c = 20 \\ &\therefore a + b + c = 5 + 19 + 20 = 44 \end{aligned}$$

34. $(2x + ay)^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(2x + ay)^2 &= 4x^2 + 4axy + a^2y^2 \\ 4x^2 + 4axy + a^2y^2 &= bx^2 + cxy + 9y^2 \\ \therefore b &= 4 \\ a^2 &= 9 \\ \therefore a &= 3 (\because a > 0) \\ 4a &= c \\ \therefore c &= 12 \\ a - b + c &= 3 - 4 + 12 = 11\end{aligned}$$

35. 다음 식의 전개할 때 x 의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x+4)^2$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $(3x+1)^2$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

해설

① $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$

③ $(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

$= 6x^2 - 21x + 10x - 35$

$= 6x^2 - 11x - 35$

따라서 x 의 계수가 가장 큰 것은 ①이다.