1. 다음 중 x에 대한 이차다항식은?

① $2x+2$ ② x^2y+x-y ③ $2x^3+x-2$

④ x^3-x ⑤ xy^2+y^2

해설

①, ⑤는 x에 대한 일차식

③, ④는 x에 대한 삼차식

2. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

3. $\alpha = 1 + i, \beta = 1 - i$ 일 때, $\dfrac{\beta}{\alpha} + \dfrac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① i ② $-i$ ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{(1-2i+i^2) + (1+2i+i^2)}{1-i^2}$$

$$= \frac{2+2i^2}{1-(-1)} = \frac{2-2}{2} = 0$$

4. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서

$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

5. $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, x^2과 x^3의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$

$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$

(x^2의 계수)=(x^3의 계수)=0이므로

$ab+2=0,\ a+2=0$

따라서 $a=-2,\ b=1$

$\therefore a+b=-1$

6. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

▷ 정답 : $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$$
$$=cx^2+(b-c)x+a-b$$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1,\ b-c=-2,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

7. $2x^2-3x-2=a(x-1)(x+2)+bx(x+2)+cx(x-1)$ 이 x에 대한 항등식이 되도록 $a,\ b,\ c$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=-1,\ c=2$

② $a=-1,\ b=1,\ c=-2$

③ $a=1,\ b=1,\ c=2$

④ $a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

⑤ $a=1,\ b=-1,\ c=-2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$을 대입 $-2=-2a \quad \therefore\ a=1$

$x=1$을 대입 $-3=3b \quad \therefore\ b=-1$

$x=-2$를 대입 $12=6c \quad \therefore\ c=2$

8. 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$이 k의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b의 값은?

① $a = 1, b = 2$ ② $a = 0, b = 3$ ③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 편별식이 0이다.

$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$

$\Rightarrow \quad -2ak + a^2 - b + 3 = 0$

모든 k 에 대해 성립하려면

$-2a = 0,\ a^2 - b + 3 = 0$

$\therefore \quad a = 0, b = 3$

9. 이차방정식 $x^2+7x+1=0$의 두 근이 α, β일 때, $(\alpha^2+\beta^2)+5(\alpha+\beta)$의 값을 구여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 12

해설

이차방정식 $x^2+7x+1=0$의 두 근이 α, β이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서
$\alpha+\beta=-7,\ \alpha\beta=1$
$(\alpha^2+\beta^2)=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-7)^2-2\cdot 1=47$
$\therefore\ 47+5\cdot(-7)=47-35=12$

10. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

11. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$의 세 근을 α, β, γ라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$, $\frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$의 세 근을 α, β, γ라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

12. 다음 중 $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$을 옳게 인수분해 한 것은?

① $(a-b)^2(a+b)^2$

② $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

③ $(a-b)^2(a^2+b^2)$

④ $(a^2-b^2)(a+b)^2$

⑤ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&\left(a^2+b^2\right)^2-4a^2b^2 \\
&=\left(a^2+b^2-2ab\right)\left(a^2+b^2+2ab\right) \\
&=(a-b)^2(a+b)^2
\end{aligned}
$$

13. $x^4+2x^2+9=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$로 인수분해될 때, $|ab-cd|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (x^2+3)^2-(2x)^2 \\
&= (x^2+2x+3)(x^2-2x+3)
\end{aligned}
$$

여기서 계수를 비교하면

$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=3$

$\therefore |ab-cd|=|2\times3-(-2)\times3|=12$

14. 복소수 $z = 1+4i$일 때, $\overline{x(2-i)}+y(1-i) = \overline{z}$가 성립하도록 하는 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은? (단, $\overline{z}$는 복소수 z의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$)

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$z = 1+4i$이므로 $\overline{z} = 1-4i$이다.
주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned}\overline{x(2-i)}+y(1-i) &= \overline{x}(\overline{2-i})+y(1-i)\\ &= x(2+i)+y(1-i)\end{aligned}$$

$\therefore\ x(2+i)+y(1-i) = 1-4i$
$(2x+y)+(x-y)i = 1-4i$
복소수가 서로 같을 조건에서
$2x+y = 1,\ x-y = -4$
위 두 식을 연립하여 풀면 $x = -1,\ y = 3$
$\therefore\ x+y = 2$

15. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$의 해가 존재하지 않기 위한 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a^2-2a-3)x=a+1$

$(a-3)(a+1)x=a+1$

$\therefore a=3$이면 해가 없다.

16. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 2 , 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면

$f(\alpha)=0$, $f(\beta)=0$이고 조건에서

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=3$

$f(2x+1)=0$에서

$2x+1=\alpha$ 또는 $2x+1=\beta$

$\therefore x=\dfrac{\alpha-1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{\beta-1}{2}$

따라서 $f(2x+1)=0$ 의 근은 $\dfrac{\alpha-1}{2}$, $\dfrac{\beta-1}{2}$

이때 두 근의 합 $\dfrac{\alpha-1}{2}+\dfrac{\beta-1}{2}$

$=\dfrac{\alpha+\beta-2}{2}=\dfrac{2-2}{2}=0$

17. 두 다항식 $Q(x)$와 $R(x)$에 대하여 $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$가 성립할 때, $Q(1)$의 값은? (단 $R(x)$의 차수는 이차 이하이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c(a,\ b,\ c$는 실수)라 하면

$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$

양변에 $x = 0$을 대입하면 $-2 = c$

$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots ①$

①의 양변에 $x = i$을 대입하면

$-i - 2 = -a + bi - 2$

$a = 0,\ b = -1$이므로 $R(x) = -x - 2$

$\therefore\ x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$

양변에 $x = 1$을 대입하면

$-1 = 2Q(1) - 3$이므로

$\therefore\ Q(1) = 1$

18. 복소수 α, β 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\overline{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

> ㉠ $\alpha + \overline{\alpha}$ 는 실수이다.
>
> ㉡ $\alpha - \overline{\alpha}$ 는 허수이다.
>
> ㉢ α^2 이 실수이면 α 도 실수이다.
>
> ㉣ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$ 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉣　⑤ ㉡, ㉣

해설

$\alpha = a + bi,\ \beta = c + di$ ($a,\ b,\ c,\ d$ 는 실수)라 하면

㉠ $\alpha + \overline{\alpha} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

$\therefore$ 참

㉡ α 가 실수이면 $\alpha = \overline{\alpha}$ 이므로 $\alpha - \overline{\alpha} = 0$ 이다.
따라서 $\alpha - \overline{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

$\therefore$ 거짓

㉢ $i^2 = -1$ 은 실수이지만 i 는 순허수이다.

$\therefore$ 거짓

㉣
$$\begin{aligned}\overline{\alpha + \beta} &= \overline{(a+c) + (b+d)i} \\ &= (a+c) - (b+d)i \\ &= (a-bi) + (c-di) \\ &= \overline{\alpha} + \overline{\beta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\alpha\beta} &= \overline{(ac-bd) + (ad+bc)i} \\ &= (ac-bd) - (ad+bc)i \\ &= (a-bi)(c-di) \\ &= \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}\end{aligned}$$

$\therefore$ 참

19. $a_1,\ a_2,\ \cdots a_{10}$ 은 1 또는 -1 의 값을 갖고 $a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 일 때, $\sqrt{a_1}\sqrt{a_2}\cdots\cdots\sqrt{a_{10}}$ 의 값이 될 수 있는 수를 다음 <보기> 에서 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

보기

㉠ 1　　㉡ -1　　㉢ i　　㉣ $-i$

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 이면 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{10}$ 중에서 -1 이 되는 수는 짝수(0 포함) 개 있다.

i) -1 이 $4k+2(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

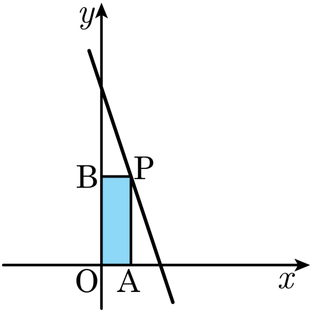
$$\sqrt{a_1}\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$$
$$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k+2}=\sqrt{1}\cdot i^2=-1$$

ii) -1 이 $4k(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

$$\sqrt{a_1}\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$$
$$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k}$$
$$=1$$

i), ii) 에서 ㉠, ㉡ 만이 옳다.

20. 다음 그림과 같이 일차함수 $y=-x+4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는
$(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는$(0,\ -t+4)$
$\therefore \square\mathrm{OAPB}=t\times(-t+4)=-t^2+4t=-(t-2)^2+4$
$t=2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4