

1. 다음 등식 중에서  $x$ 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

①  $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$       ②  $x^2 - x = x(x+2)$

③  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$       ④  $x(x-2) = 0$

⑤  $x+y = x-y$

해설

②는  $x = 0$ 일 때만 성립하고,  
④는  $x = 0, 2$ 일 때만 성립한다.  
그리고 ⑤는  $y = 0$ 일 때만 성립한다.  
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

2. 두 다항식  $x^2 + ax - 2$ ,  $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때, 두 실수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

해설

최대공약수가  $x - 1$ 이므로 각각의 식에  $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

3.  $(3 + 2i) - (3 - 2i)$  를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.  
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는  $4i$  가 되므로 답은  $4i$  이다.

4. 이차함수  $y = 2x^2 + kx - k$  의 그래프가  $x$ 축과 만나도록 하는 상수  $k$ 의 값이 아닌 것은?

① -8    ② -1    ③ 0    ④ 5    ⑤ 8

해설

이차방정식  $2x^2 + kx - k = 0$ 에서  $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야

하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의  $k$ 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

5. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $13 = Q(1) + R$   
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

6.  $x^3$ 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식  $P(x)$ 가  $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때,  $P(4)$ 의 값은?

① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

7. 두 복소수  $z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 에 대하여  $z_1 + (2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수  $a$ ,  $b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a+b=8$

해설

$z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 를

$z_1 + (2-4i) = z_2$ 에 대입하면

$1 + (a-2)i + (2-4i) = (b-2) - ai$

$3 + (a-6)i = (b-2) - ai$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3 = b-2$ ,  $a-6 = -a$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$b=5$ ,  $a=3$

$\therefore a+b=8$

8. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$
$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

- ① (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ② (1)  $\frac{3 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
③ (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ④ (1)  $\frac{1 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
⑤ (1)  $\frac{4 \pm 3i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀다.

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18-24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

9. 이차함수  $y = 2x^2 - 6x - 4$ 는  $x = a$  일 때 최솟값  $b$ 를 갖는다.  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -8      ② -4      ③ 6      ④ 10      ⑤ 20

해설

$$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} - 4 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{2}$$

아래로 볼록하고 꼭짓점이  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{3}{2}$  일 때, 최솟값  $-\frac{17}{2}$  을 갖는다.

$$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 10$$

10. 방정식  $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -1$

▷ 정답 :  $x = 0$

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

11. 연립방정식  $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$  의 해를 구하면  $x=p, y=q$  또는  $x=r, y=s$ 이다.  $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \dots\textcircled{1} \\ xy-y^2=6 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서  $x=2y+1 \dots\dots\textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을  $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

12.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

13. A, B 두 사람이 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데 A는  $b$ 를 잘못 읽어  $-4$ 와  $7$ 을, B는  $c$ 를 잘못 읽어  $-3 \pm \sqrt{2}i$ 를 근으로 얻었다. 원래의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

해설

A는  $a$ 와  $c$ 를 바르게 읽었으므로

근과 계수와의 관계에서

$$\frac{c}{a} = -4 \cdot 7 = -28, c = -28a$$

B는  $a$ 와  $b$ 를 바르게 읽었으므로

$$-\frac{b}{a} = (-3 + \sqrt{2}i) + (-3 - \sqrt{2}i) = -6, b = 6a$$

따라서 원래의 이차방정식은

$$ax^2 + 6ax - 28a = 0$$

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-6$

14. 이차함수  $y = x^2 - ax + b$  가  $x = 2$  에서 최솟값 4 를 가질 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x = 2$  에서 최솟값이 4 이므로  
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.  
 $y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$   
 $a = 4, b = 8$   
 $\therefore a + b = 12$

15.  $0 \leq x \leq 3$  에서 함수  $f(x) = x^2 - ax$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M+m$  의 최댓값은? (단,  $0 \leq a \leq 2$ )

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$$0 \leq \frac{a}{2} \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{최솟값 } m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4},$$

$$\text{최댓값 } M = f(3) = 9 - 3a$$

$$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a+6)^2 + 18$$

이때,  $0 \leq a \leq 2$  이므로

$M+m$  은  $a=0$  일 때 최댓값 9 를 갖는다.

16.  $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때,  $2x^2+y^2$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하면  $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3 - x)^2 = 3(x - 1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$

17.  $a = (3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdots(3^{1024}+1)$  이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여  $a$ 의 값을 지수의 형태로 나타내면  $\frac{1}{k}(3^l+m)$ 이다. 이 때,  $k+l+m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046    ② 2047    ③ 2048    ④ 2049    ⑤ 2050

해설

$$\begin{aligned}
 a &= (3+1)(3^2+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 \text{양변에 } (3-1) \text{을 곱하면} \\
 (3-1)a &= (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\
 &\quad \cdots(3^{1024}+1) \\
 2a &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &= (3^4-1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &= (3^8-1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &\quad \vdots \\
 &= (3^{2048}-1) \\
 \text{양변을 2로 나누면} \\
 a &= \frac{1}{2}(3^{2048}-1) \\
 \therefore k &= 2, l = 2048, m = -1 \\
 \therefore k+l+m &= 2049
 \end{aligned}$$

18.  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$  를 바르게 인수분해 한 것은?

①  $(a + b - c - d)(a - b + c + d)$

②  $(a + b + c + d)(a - b + c - d)$

③  $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$

④  $(a - b + c - d)(a - b + c + d)$

⑤  $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd) \\ &= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2) \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 \\ &= (a + b + c - d)(a - b + c + d) \end{aligned}$$

19. 10 이하의 자연수  $n$ 에 대해,  $\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = -1$  을 만족하는 모든  $n$ 의 총합은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

해설

$$\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = \frac{\{(1+i)^2\}^n}{2^n} = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$  이므로  $n = 4k + 2 (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$

$n$ 이 10 이하의 자연수이므로  $n = 2, 6, 10$

$$\therefore 2 + 6 + 10 = 18$$

20.  $x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2 - (2k+5)x + 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = k^2$ 이 성립한다. 이때, 양수  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ②  $\frac{5}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이  $a$ 이면

다른 한 근은  $\frac{1}{a}$ 이다.

$$\therefore a + \frac{1}{a} = k^2 = \frac{2k+5}{3}$$

$$\therefore 3k^2 - 2k - 5 = 0$$

$$k = \frac{5}{3} \text{ 또는 } -1$$

$$\therefore \text{양수 } k = \frac{5}{3}$$