1. 등식 $x+y+(x-2y)i=1+7i$을 만족하는 두 실수 x, y에 대하여 xy의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 3 ② -3 ③ 6 ④ -6 ⑤ 8

해설

복소수의 상등에 의하여

$x+y=1,\ x-2y=7$

$x=3,\ y=-2$

$\therefore\ xy=-6$

2. $(4+3i)^2-(4-3i)^2$ 의 값은?

① 0 ② 24 ③ 48 ④ $24i$ ⑤ $48i$

해설

$(4+3i)^2-(4-3i)^2$
$=16+24i-9-(16-24i-9)$
$=48i$

3. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2+2x+1=0$	㉡ $x^2+2x+4=0$
㉢ $x^2+4x+2=0$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $(x+1)^2=0$: 중근

㉡ $a=1, b'=1, c=4$

$1^2-1\cdot 4=-3<0$: 허근

㉢ $a=1, b'=2, c=2$

$2^2-1\cdot 2=2>0$: 서로 다른 두 실근 (○)

4. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$을 풀면?

① $x = -1$ (중근), $-\frac{1}{2}$, 2
② $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 1
③ $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 2
④ $x = -1$, $\frac{1}{2}$, 2 (중근)
⑤ $x = -1$, $\frac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -1 & -6 & -1 & 2 \\
-1 & & -2 & 3 & 3 & -2 \\
\hline
 & 2 & -3 & -3 & 2 & \boxed{0} \\
2 & & 4 & 2 & -2 & \\
\hline
 & 2 & 1 & -1 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$(x+1)(x-2)(2x^2 + x - 1) = 0$

$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ \frac{1}{2},\ 2$

5. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$
$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$
$= (4a^2-9b^2)^{12}$
$\therefore\ (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

6. x^3+ax^2+bx-4는 $x-2$로 나누어 떨어지고 $x+1$로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$f(x)=x^3+ax^2+bx-4$라 하면

$f(2)=4a+2b+4=0 \cdots\cdots$ ㉠

$f(-1)=a-b-5=6 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=3$, $b=-8$

$\therefore\ a-b=11$

7. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 정하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$

$\therefore\ -a + b = 1 \cdots ㉠$

$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$

$\therefore\ 2a + b = -5 \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $a = -2,\ b = -1$

8. x에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2 + b^2 + c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$

$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$

9. 두 다항식 x^3+1, x^3+2x^2-5x-6의 최대공약수를 구하면?

① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$
$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$
따라서 최대공약수는 $x+1$

10. 등식 $\left(\dfrac{2+i}{1+\sqrt{2}i}\right)\left(\dfrac{1-4i}{1-\sqrt{2}i}\right)=a+bi$ 를 만족하는 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $a-3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-3b=9$

해설

$$(\text{좌변})=\frac{(2+i)(1-4i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)}$$

$$=\frac{2-8i+i-4i^2}{1-2i^2}$$

$$=\frac{6-7i}{3}=2-\frac{7}{3}i \text{ 이므로}$$

$$2-\frac{7}{3}i=a+bi$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a=2,\ b=-\frac{7}{3}$$

$$\therefore\ a-3b=2-3\times\left(-\frac{7}{3}\right)=2+7=9$$

11. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.
이 중 $(0,\ -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$
$$4a = -6$$
$$a = \frac{3}{2}$$
$$\therefore\ y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

12. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$= 7$

13. 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2일 때, $f(x)+g(x)$를 구하면?

① $2x^2+5x+2$ ② $2x^2+3x-2$ ③ $2x^2+4x$

④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+6x+4$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$

$f(x)=(x+1)(x+2)$, $g(x)=(x-1)(x+2)$ 또는 $f(x)=(x-1)(x+2)$, $g(x)=(x+1)(x+2)$

$$f(x)+g(x)=x^2+3x+2+x^2+x-2$$
$$=2x^2+4x$$

14. 이차방정식 $x^2-2kx+9=0$의 두 근의 비가 $1:3$이 되도록 상수 k의 값을 구하면?

① $\pm2\sqrt{2}$ ② $\pm2\sqrt{3}$ ③ $\pm2\sqrt{5}$

④ $\pm2\sqrt{6}$ ⑤ ±2

해설

한 근을 α라 하면 다른 한 근은 3α

$\therefore$ 두 근의 곱은 $3\alpha^2=9$ $\therefore \alpha=\pm\sqrt{3}$

두 근의 합은 $\alpha+3\alpha=\pm4\sqrt{3}=2k$

$\therefore$ $k=\pm2\sqrt{3}$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

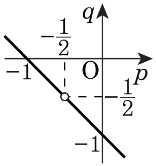
해설

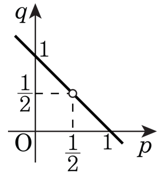
$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x-a)^2 + a^2 + 6a$

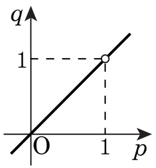
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$

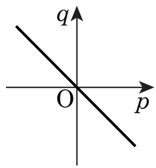
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

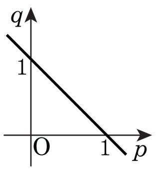
16. x에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2-px-q=0$, $x^2-qx-p=0$이 오직 하나의 공통근을 갖는다. 이 때, p, q의 관계를 나타낸 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$$\begin{cases} x^2-px-q=0 & \cdots ① \\ x^2-qx-p=0 & \cdots ② \end{cases}$$

①−②에서 $(-p+q)x-(-p+q)=0$

$\therefore\ (-p+q)(x-1)=0$

여기서 $-p+q=0$이면 즉 $q=p$이면

①, ②가 같게 되어 주어진 문제의 조건에 모순이다.

$\therefore\ x=1$이다.

이 때 ①에서 $1-p-q=0$

따라서 구하는 식은 $q=-p+1$(단, $p\neq q$)

17. 다항식 $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지가 3이고, x^2-4x+3으로 나눌 때의 나머지가 $3x$일 때, $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지는?

① 3　　② $3x+3$　　③ $3x-3$

④ $6x-9$　　⑤ $9x+6$

해설

$f(x)=(x-2)(x-1)Q(x)+3$

$f(x)=(x-3)(x-1)Q'(x)+3x$

$\therefore\ f(2)=3,\ f(3)=9$ $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(x-3)Q''(x)+ax+b$

$f(2)=2a+b=3,\ f(3)=3a+b=9$

$a=6,\ b=-9$

$\therefore$ 나머지는 $6x-9$

18. 이차방정식 $f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근을 $\frac{1}{(1+i)^2}$이라 할 때, $f(2x+3)=0$의 두 근의 합은? (단, a, b, c는 실수)

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2}=\frac{1}{1+2i-1}=\frac{1}{2i}=-\frac{1}{2}i$$

$f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근이 $-\frac{1}{2}i$이면

a, b, c가 실수이므로 다른 한 근은 $\frac{1}{2}i$

$\therefore\ f(x)=0$의 두 근의 합은 0

$f(2x+3)=0$의 두 근을 α, β라 하자.

$(2\alpha+3)+(2\beta+3)=0$

$2(\alpha+\beta)=-6$

$\therefore\ \alpha+\beta=-3$

19. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 4초 후

해설

$y = 40x - 5x^2$

$y = -5(x - 4)^2 + 80$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

20. 삼차방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 하고 $f(n)=1+\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\omega^2}+\cdots+\frac{1}{\omega^n}$라 정의할 때, $f(n)=0$이 되게 하는 자연수 n의 최솟값은?

① 2　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$x^3-1=0$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x^2+x+1=0$의 한 근 ω

$\Rightarrow \omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$

$$f(n)=1+\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\omega^2}+\cdots+\frac{1}{\omega^n}$$

$$f(1)=1+\frac{1}{\omega}=\frac{\omega+1}{\omega}=\frac{-\omega^2}{\omega}=-\omega$$

$$f(2)=1+\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^2+\omega+1}{\omega^2}=0$$

자연수 n의 최솟값은 2