

1. $(x-2) + 3yi = 0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x - 2 = 0, 3y = 0$$

$$x = 2, y = 0 \rightarrow x + y = 2$$

2. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉠에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(\text{㉠}) = 0$$

$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉠은 $x - 1$

3. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

4. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4

② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4

③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4

⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

5. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by = 7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x - 3y = -7$$

$$-x + 3y = 7 \Leftrightarrow ax + by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

7. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

8. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

9. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

10. $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ -1

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1 - i$$

$$z^2 - 2z + 3 = (1 - i)^2 - 2(1 - i) + 3 = 1$$

11. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

12. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

13. n 이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ -2

⑤ 100

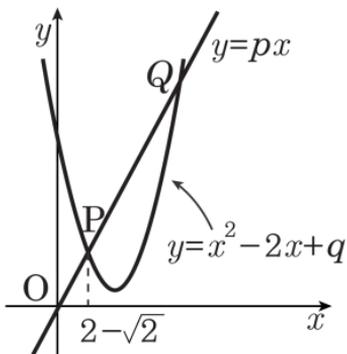
해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^n = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^n = \left(-\frac{2i}{2}\right)^n = (-i)^n$$

$$\therefore (\text{준식}) = i^n + (-i)^n = 0$$

14. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이 때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



① 1

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.

$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$$

$$\therefore p = 2$$

$$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$$

$$\therefore q = 2$$

$$\therefore pq = 4$$

15. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$

$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

16. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 실수)

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\frac{D}{4} = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \text{에서 } a^2 \geq 3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) \\ &= 4a^2 - 18 + 4a^2 = 8a^2 - 18\end{aligned}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 \geq 8 \times 3 - 18 = 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6

17. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$

② $100^6 + 1$

③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$

⑤ 1

해설

$100 = a$ 로 치환 하면

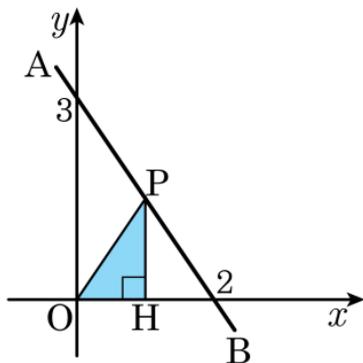
$$\text{(준식)} = (a - 1)(a + 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$$

$$= (a^3 - 1)(a^3 + 1)$$

$$= a^6 - 1$$

$$= 100^6 - 1$$

18. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

\overline{AB} 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $(a, -\frac{3}{2}a + 3)$

$$\begin{aligned} \triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

19. $x^4 + 2x^3 + (a-1)x^2 - 2x - a = 0$ 의 네 근이 모두 실수가 되도록 실수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^4 + 2x^3 + (a-1)x^2 - 2x - a = 0$ 에서 $x = 1, x = -1$ 일 때 성립하므로

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x-1)(x+1)(x^2 + 2x + a) = 0$$

따라서 모두 실근이 되려면

$$x^2 + 2x + a = 0 \text{의 } \frac{D}{4} \geq 0 \text{이어야 하므로}$$

$$1^2 - 1 \cdot a \geq 0 \quad \therefore a \leq 1$$

따라서 a 의 최댓값은 1이다.

20. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$, $y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $x^5 + y^5 = 1$

② $x^7 + y^7 = 1$

③ $x^9 + y^9 = 1$

④ $x^{11} + y^{11} = 1$

⑤ $x^{13} + y^{13} = 1$

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 는 } x^2 - x + 1 = 0 \text{ 의 근이다}$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = y^3 = -1, \quad x + y = 1, \quad xy = 1$$

$$\text{① : } x^5 + y^5 = x^3 \times x^2 + y^3 \times y^2 = -(x^2 + y^2) = -\{(x+y)^2 - 2xy\} = 1$$

$$\text{② : } x^7 + y^7 = (x^3)^2x + (y^3)^2y = x + y = 1$$

$$\text{③ : } x^9 + y^9 = (x^3)^3 + (y^3)^3 = -2$$

$$\text{④ : } x^{11} + y^{11} = (x^3)x^2 + (y^3)^3y^2 = -(x^2 + y^2) = 1$$

$$\text{⑤ : } x^{13} + y^{13} = (x^3)^4x + (y^3)^4y = x + y = 1$$