

1. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$

② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$

④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

2. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \\ &= ax^2 - (2a - b)x + (a - b + c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면
 $\therefore a - b + c = 1$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면
 $1 = a - b + c$

3. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

5. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

- ① $(x+1)^2 = -3$ ② $(x+1)^2 = 3$ ③ $(x+3)^2 = -1$
④ $(x+3)^2 = 1$ ⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$
 $\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면
① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$
② $x = -1 \pm \sqrt{3}$
③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$
④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$
⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

6. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

7. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면 $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면 $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉤

x^3 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉥ 상수항은 $5y-4$ 이다.

8. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

9. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x + 1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

10. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) $= i - i + i - i + \cdots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

11. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

12. 이차함수 $y = 4x^2 - 24x + 10$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 - 24x + 10 \\&= 4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 4(x - 3)^2 - 26 \\ \therefore a &= 3, b = -26 \\ \therefore a - b &= 3 - (-26) = 29\end{aligned}$$

13. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1, x = 2$ 를 대입하면 성립하므로
조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$
따라서 실수근은 $-1, 2$ 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

14. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

15. 두 상수 a 와 b 에 대하여 다음 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

$x^2+ax-6, \quad x^2-ax+b$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

왼쪽의 식 $f(2) = 4 + 2a - 6 = 0 \therefore a = 1$
오른쪽의 식 $g(2) = 4 - 2a + b = 0$ 에서
 $a = 1$ 이므로 $b = -2$
 $\therefore a + b = 1 + (-2) = -1$

16. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $2z + 3\bar{z} = 5 - 2i$ 를 만족하는 복소수 z 의 역수는?

① $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$
④ $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

② $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$
⑤ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

③ $-1 - 2i$

해설

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수)라 두면

$$2z + 3\bar{z} = 5 - 2i$$

$$2(a + bi) + 3(a - bi) = 5 - 2i$$

$$5a - bi = 5 - 2i$$

복소수 상등에 의하여

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore z = 1 + 2i$$

$$(z \text{의 역수}) = \frac{1}{1 + 2i} = \frac{1 - 2i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

- ㉠ 두 점 $(-3, 0)$, $(-5, 0)$ 에서 만난다.
- ㉡ 최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = a(x+3)(x+5)$ 로 놓으면 $y = a(x^2+8x+15) = a(x+4)^2 - a$
최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $-a = -\frac{1}{3}$ 에서 $a = \frac{1}{3}$ 이다.
즉, $y = \frac{1}{3}(x^2+8x+15) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 5$ 에서 $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{8}{3}$, $c = 5$ 이다.
 $\therefore a + b - c = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 5 = -2$

18. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?
- ① 원 ② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \\ \therefore 2b-3a &= 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}\end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $PQ = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프는
직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이고
 $PQ = 10$ 이므로 두 점 P, Q 의 x 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q) 의 y 좌표를 구하면
 $(0 - 5)^2 + 1 = 26$ 이므로
 $\therefore a = 26$

20. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ 이 한 개의 공통근 α 를 가지고, 공통이 아닌 두 근의 비가 $3 : 5$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ 0

해설

공통근이 α 이므로 $\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $(a - b)(\alpha - 1) = 0$
 $a = b$ 이면 모순이므로 $a \neq b \therefore \alpha = 1$
 $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ 의 공통이 아닌 근을 각각 β , γ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의하여 $1 \cdot \beta = b$, $1 \cdot \gamma = a$ 따라서, 공통이 아닌 두 근의 비는
 $\beta : \gamma = b : a = 3 : 5 \cdots \textcircled{3}$
한편, $\textcircled{1}$ 에 $\alpha = 1$ 을 대입하면 $a + b + 1 = 0 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ 에서 $a = -\frac{5}{8}$, $b = -\frac{3}{8}$
 $\therefore a - b = -\frac{1}{4}$