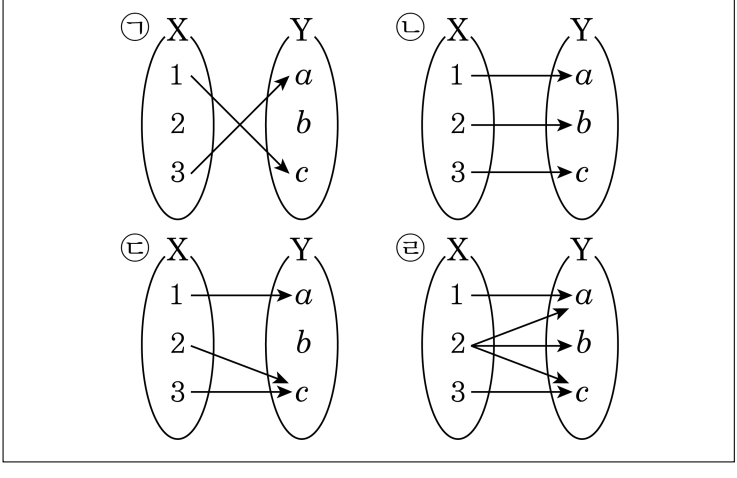


1. 다음 대응 관계 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?



- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

- ④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
㉡, ㉢ X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.
㉣ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 a , b , c 의 3개이므로 함수가 아니다.

2. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

4. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x + \frac{1}{2}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $2x + 2$

④ $2x + 4$

⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x+2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

5. 양의 정수 전체의 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.
 $f(x) = (x \text{의 약수의 개수})$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$ 인 x 가 될 수 있는
것을 고르면?

① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

5의 약수 : 1, 5 $\Rightarrow f(5) = 2$
9의 약수 : 1, 3, 9 $\Rightarrow f(9) = 3$
12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 $\Rightarrow f(12) = 6$
15의 약수 : 1, 3, 5, 15 $\Rightarrow f(15) = 4$
24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 $\Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$ 인 것은 15

6. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 64개

해설

$a \rightarrow$, $b \rightarrow$, $c \rightarrow$

Y 의 원소 p, q, r, s 에서 세 개를 뽑아 위 안에
넣어 놓는 방법의 수를 구하는 것이다.

이 때 세 개의 수는 모두 같거나,

두 개만 같거나 모두 달라도 좋다.

따라서 a 에는 p, q, r, s 의 4가지,

b 에는 a 에 온 수가 와도 좋으므로 역시 4가지,

마찬가지로 c 에는 a, b 에 온 수가

와도 좋으므로 4가지씩이 있다.

$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64(\text{개})$

7. 두 함수 $f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$
 $-k + 3 = 2$ 에서 $k = 1$
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(1) = m$ 으로 놓으면,
 $f(m) = 1$ 에서 $2m - 5 = 1$
 $\therefore m = 3$

8. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음

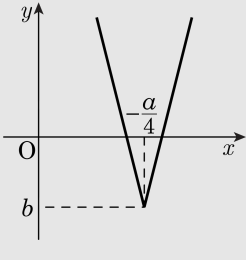
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



9. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

10. $x : y : z = 1 : 2 : 3$ 일 때, $\frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x = k \text{ 라 하면, } y = 2k, z = 3k \\ \Rightarrow \frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} &= \frac{9k^2}{2k^2} + \frac{k^2}{6k^2} + \frac{4k^2}{3k^2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = 6 \end{aligned}$$

11. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 함수 $f : R \rightarrow R$ 를 $f(x) = \begin{cases} \pi & (x \text{는 유리수}) \\ 0 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 으로 정의할 때, 합성함수 $f \circ f$ 의 치역은?
- ① $\{0\}$

② $\{\pi\}$

③ $\{0, \pi\}$

④ 유리수 전체의 집합

⑤ 실수 전체의 집합

해설

i) x 가 유리수이면 $f(x) = \pi$ 이고
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(\pi) = 0$
ii) x 가 무리수이면 $f(x) = 0$ 이고
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(0) = \pi$
따라서, 합성함수 $f \circ f$ 의 치역은 $\{0, \pi\}$ 이다.

12. 두 함수 $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $h \circ g = f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x) = x + 4$ ② $h(x) = 2x - 5$ ③ $h(x) = 3x + 2$

④ $h(x) = 3x + 5$ ⑤ $h(x) = 5x + 3$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면

$h \circ g = f$ 에서 $a(2x + 1) + b = 4x - 3$

$\therefore 2a = 4, a + b = -3$

이것을 풀면 $a = 2, b = -5$

따라서 $h(x) = 2x - 5$

13. $f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0) \\ x^2 & (x > 0) \end{cases}$, $g(x) = f(x+4)$ 로 정의한다. $h(x) = g^{-1}(x)$ 라 할 때, $h(0)$ 의 값은 ?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} h(0) &= g^{-1}(0) = k \\ g(k) &= f(k+4) = 0 \\ \therefore k+4 &= 0 \\ \therefore k &= -4 \\ \therefore h(0) &= -4 \end{aligned}$$

14. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} \ f(x) = -x + 7$	$\textcircled{\text{㉡}} \ f(x) = \frac{3}{2}x$
$\textcircled{\text{㉢}} \ f(x) = -\frac{2}{x}$	$\textcircled{\text{㉣}} \ f(x) = x - 1$

- ① ㉠

② ㉡

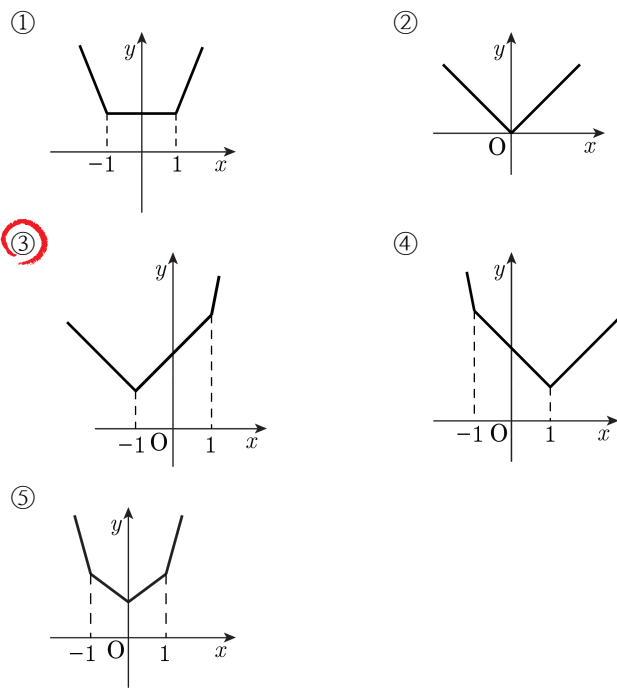
③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.
 $\textcircled{\text{㉠}} \ (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉡}} \ (f \circ f)(x) = \frac{9}{4}x$
 $\textcircled{\text{㉢}} \ (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉣}} \ (f \circ f)(x) = x - 2$
따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 ㉠, ㉢이다.

15. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?



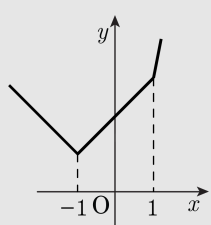
해설

i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x - (x + 1)$
 $= -x$

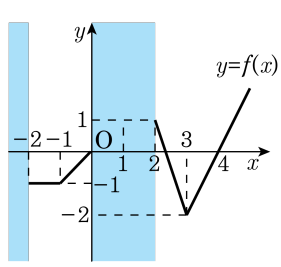
ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x + (x + 1)$
 $= x + 2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= (x - 1) + x + (x + 1)$
 $= 3x$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는



16. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$ 에 대한 설명이다. M, N 의 합을 구하여라.



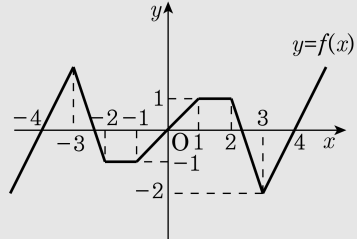
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 M 이고, $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 N 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로

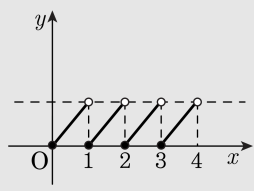


$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $M = 2$ 이고,
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $N = 1$ 이다.
 $\therefore M + N = 3$

17. $y = x - [x] (0 \leq x \leq 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면?
 ($[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \leq x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \leq x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \leq x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \leq x < 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

18. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A-B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

따라서 $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$$A+B=0, A=1$$

$$\therefore B=-1$$

$$\therefore A-B=1-(-1)=2$$

19. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수 x 를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} = \frac{4}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x(x+8)} = \frac{4}{x(x+8)} \\ & = \frac{4}{9} \\ & \therefore x(x+8) = 9 \\ & x^2 + 8x - 9 = (x-1)(x+9) = 0 \\ & x > 0 \text{ 이므로 } x = 1 \end{aligned}$$

20. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{43}{19}$ 을 만족하는 자연수 a, b, c, d 의 합은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{43}{19} = 2 + \frac{5}{19} = 2 + \frac{1}{\frac{19}{5}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{4}{5}}$$
$$= 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$
$$\therefore a = 2, b = 3, c = 1, d = 4$$